



**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ
FİZİK BÖLÜMÜ**

**MEKANİK LABORATUVARI
DENEY KILAVUZU**

BURSA 2026

İçindekiler

BÖLÜM 1 - Güvenlik Kuralları ve Uyarılar	3
Bursa Uludağ Üniversitesi Laboratuvar Çalışmaları Genel Talimatı	4
DERS İLE İLGİLİ BİLGİLENDİRME VE KURALLAR	8
HAVA MASASI DENEY SETİ İLE İLGİLİ GÜVENLİK KURALLARI	9
BÖLÜM 2 - Deneyler Öncesi Bazı Bilgiler	11
Hata Hesabı	12
Anlamlı Sayılar	17
BÖLÜM 3 - Deneyler	19
DENEY I: Bir Deneyin Analizi	20
DENEY II: Ölçü Aletleri ve Yoğunluk	28
DENEY III: Tek Boyutta Hareket	35
DENEY IV: Yatay Atış Hareketi	43
DENEY V: Atwood Makinesi	49
DENEY VI: Bir Yayın İncelenmesi	57
DENEY VII: Çizgisel Momentumun Korunumu I	62
DENEY VIII: Çizgisel Momentumun Korunumu II	75
DENEY IX: Basit Harmonik Hareket	83
BÖLÜM 4 - Ekler ve Kaynakça	91
EK1: Grafik Çizimi Hakkında	92
KAYNAKÇA	101

BÖLÜM 1

GÜVENLİK KURALLARI VE UYARILAR

- 1. AMAÇ:** Bu talimat Bursa Uludağ Üniversitesi yerleşkelerinde, her türlü laboratuvar çalışmaları ve iş ekipmanları ile çalışmalar esnasında çalışanın kendisi ve çevresindekilerin sağlık ve güvenliğini tehlikeye atmayacak biçimde faaliyetlerini sürdürmesini sağlamak, olası tehlike ve risklere karşı uyulması gereken önlemleri belirlemektir.
- 2. KAPSAM:** Bu talimat Bursa Uludağ Üniversitesi yerleşkelerinde laboratuvarlarda çalışan personellerin ve öğrencilerinin laboratuvar kullanımını, sorumlulukları ve emniyet tedbirlerini kapsar.
- 3. YASAL DAYANAK:** Bu talimat; 6331 Sayılı İş Sağlığı ve Güvenliği Kanunu, 4857 Sayılı İş Kanunu, 5510 Sayılı Sosyal Sigortalar ve Genel Sağlık Sigortası Kanunu ve 5237 Sayılı Türk Ceza Kanunu ile bu kanunlara bağlı olarak çıkarılmış ikincil mevzuat gereğince hazırlanmıştır.
- 4. SORUMLULUKLAR:** Bu talimatın uygulanmasından Bursa Uludağ Üniversitesi yerleşkelerinde, birim amirleri, laboratuvarlarda çalışan tüm öğrenci ve personeller sorumludur.
- 5. UYGULAMA:**

LABORATUVAR ÇALIŞMALARINDA GENEL GÜVENLİK KURALLARI

Çalışmaya başlamadan önce, Laboratuvar Çalışmalarında Genel Güvenlik Kurallarını mutlaka okuyunuz.

- Laboratuvarda yalnız çalışmayınız. Mesai saatleri dışındaki çalışmalarda, izin prosedürlerine uyunuz.
- Çalışma yapılan makine, cihaz ve işlemlerin, çalışma ve güvenlik talimatlarını okuyunuz. Taahhüt edilmesi gereken kurallar ve talimatları imzalayınız.
- Laboratuvardaki sağlık ve güvenlik işaretlerinde belirtilen talimatlara uyunuz.



- Laboratuvar sorumlularının ve yetkili kişilerin yazılı ve sözlü talimatlarına uyunuz.
- Laboratuvar içerisinde belirlenmiş yürüyüş yollarını kullanınız.
- Laboratuvarların giriş ve çıkış noktaları denetlenmeli ve analiz yapılan bölümlere çalışanlar dışında kişilerin girmelerini engelleyiniz.
- Laboratuvarda düzeni bozacak veya tehlike oluşturacak şekilde hareket etmeyiniz. Laboratuvarda asla şaka yapmayınız.
- Laboratuvar çalışma alanında; çanta, cüzdan, palto, hırka, mont gibi kişisel malzeme bulundurmuyunuz.
- Laboratuvarda herhangi bir şey yiyip içmeyiniz, çalışırken ellerinizi yüzünüze sürmeyiniz, herhangi bir şeyi ağız yoluyla almayınız.
- Laboratuvar malzemelerini kullanım amacı dışında kullanmayınız.



- Laboratuvar çalışma koşullarına uygun olarak giyiniz. Saçınız uzunsa toplayınız, sallanan takı ve sarkan giysilerle çalışmayınız. Laboratuvar koşullarına uygun olmayan, burnu açık ayakkabı ile girmeyiniz.
- Laboratuvarda çalışırken kontak lens kullanmayınız.
- Laboratuvara gelmeden önce tedavi amaçlı ilaç alınması halinde, laboratuvar sorumlusuna bilgi veriniz.
- Ellerde kesik, yara ve benzeri durumlar varsa bunların üzerini su geçirmez bir bantla kapayın ve çalışmaya bundan sonra devam ediniz.
- Laboratuvarda müzik dinlemeyiniz.
- Laboratuvarda, kişisel koruyucu donanım kullanmadan çalışmayınız. Her çalışma alanında kullanılacak kişisel koruyucu donanım farklıdır. Uygun kişisel koruyucu donanımı kullanınız.
- Kişisel koruyucu donanımlarınızı kullandıktan sonra temizleyiniz ve saklama kabında muhafaza ediniz.
-



- Laboratuvardaki aydınlatma koşullarının, yapılan işe uygun olmasına dikkat ediniz.
- Laboratuvar çalışma alanını, yapılan çalışmaya uygun şekilde düzenleyiniz.
- Çalışma alanının, rahatça hareket etmenizi sağlayacak genişlikte olduğundan emin olunuz.



- Çalışmanız esnasında meydana gelen atıklar, talimatlarda belirtilen şekilde atık bidonlarına atınız.
- Kimyasalları lavaboya dökmeyiniz.
- Laboratuvarınızdaki ve kullandığınız kimyasalların “Güvenlik Bilgi Formları (GBF)” tedarikçisinden temin ediniz.
- Kimyasalları, GBF içeriğinde yer alan bilgiler referans alınarak etiketleyiniz, kullanınız, depolayınız ve bertaraf ediniz.

- Kimyasal şişelerden sıvı akıtılırken etiket tarafı yukarı gelecek şekilde tutunuz.
- Kimyasal maddeleri gelişigüzel birbirine karıştırmayınız.
- Kimyasal maddeleri risk gruplarına ve saklama koşullarına göre, havalandırma sistemli ayrı oda, dolap veya depolarda bulundurunuz. Kimyasal maddelerin bulunduğu yer kilitli olmalı, anahtarı laboratuvar sorumlusunda olmalıdır.
- Kimyasalları, kullanılacak miktar kadar çalışma alanında bulundurunuz.
- Laboratuvarda kimyasal madde taşırken dikkatli ve güvenliğinizden emin olunuz. Kimyasallar taşınırken iki elinizi kullanınız ve bir elinizle kapaktan sıkıca tutarken, diğeriyle şişenin altından kavrayınız.

- Zorunlu hallerde bir laboratuvardan diğerine kimyasal veya biyolojik madde ya da numune taşınması gerekiyorsa korunaklı sağlam bir sepet, el arabası vb. ile taşıyınız.
- Kimyasalların dökülmesi durumunda Güvenlik Bilgi Formları (GBF) içeriğindeki bilgileri referans alınız. Kimyasal emici ped ya da kum kullanılması durumunda, temizleme işlemi bittikten sonra kullanılan malzemeleri atık olarak değerlendiriniz.
- Kimyasal içeren kapları etiketleyiniz. Etiketsiz kabın tespiti hâlinde laboratuvar sorumlusuna bilgi veriniz ve kaba dokunmayınız.

- Kimyasalları koklamayınız, ağzınıza sürmeyiniz veya deriyle temas ettirmeyiniz.
- Kimyasalları şişelerinden alırken, pipetten ağız yoluyla çekmeyiniz, vakum ya da puvar kullanınız.
- Cam malzemeleri dikkatli kullanınız. Cam kırılması ve parçaların temizlenmesi esnasında ellerin kesilmemesi için özel eldiven veya bez kullanınız.
- Cıva herhangi bir şekilde dökülürse vakum kaynağı ya da köpük tipi sentetik süngerlerle toplayınız. Eğer toplanmayacak kadar eser miktarda ise üzerine toz kükürt serpiniz. Termometre kırıklarının cıvalı kısımlarını ya da cıva artıklarını asla çöpe ya da lavaboya atmayınız. Bunları atık yönetimi prosedürlerine göre uygun şekilde ambalajlayıp atık bidonuna atınız.

- Elektrik panolarına müdahale etmeyiniz ve yetkili personel haricindeki kişilerin müdahale etmesine izin vermemeyiniz.

- Elektrik fişlerini kordonundan çekerek çıkarmayınız. Elektrikle uğraşırken ellerinizin ve basılan yerlerin kuru olmasına, metal olmamasına dikkat ediniz.

- Laboratuvarda seyyar kablo kullanmanız durumunda, birden fazla seyyar kabloyu birbirine eklemeyiniz.

- Laboratuvarda Acil Durum Ekip Listesi dokümanında, acil durum meydana gelmesi halinde iletişime geçilecek kişi ve kuruluşların numaraları yer almaktadır. Ekip listesini, her laboratuvarın iç kısmındaki çıkış güzergâhında bulundurunuz. Acil durum söz konusu olduğunda laboratuvar sorumlusuna bilgi veriniz.

- Laboratuvarda bulunan ilk yardım malzemelerini amacı dışında kullanmayınız.
- Laboratuvar sorumlusuna danışmadan deneyi bırakıp gitmeyiniz. Deney esnasında, acil olarak deneyin bırakılması gerekiyorsa, deney için kullanılan malzemeleri, tehlike oluşturacak şekilde bırakmayınız.
- Bozulan ve kullanılmaz duruma gelen cihaz, makine ve malzemelerle ilgili laboratuvar sorumlusuna bilgi veriniz.

Risk Kategorileri	Uyarı İbaresı	Risk Piktogramı
Patlayıcı	Tehlike Uyarı	
Alevlenir sıvılar	Tehlike Uyarı	
Oksitleyici sıvılar	Tehlike Uyarı	
Basınç altındaki gazlar, Sıkıştırılmış gazlar	Tehlike Uyarı	
Cildi tahriş edici Metal aşındırıcı	Tehlike Uyarı	
Akut zehirlilik	Tehlike Uyarı	
Akut zehirlilik Cildi tahriş edici	Tehlike Uyarı	
Karsinojenlik	Tehlike Uyarı	
Sucul çevre için zararlı	Tehlike Uyarı	





BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
LABORATUVAR ÇALIŞMALARI GENEL TALİMATI

TA İSG 023

- Laboratuvar içinde ve dışında bulunan yangın söndürücülerin yerini biliniz, üzerlerinde yer alan kullanım talimatını okuyunuz.
- Laboratuvar çalışmaları için özel bir defter tutunuz. Yapılan çalışma ve gözlemleri kaydediniz.
- Laboratuvarda her çalışma işleminden sonra temizlik ve dezenfeksiyon işlemlerini yapınız, bunların kayıtlarını tutunuz.
- Kullanıldıktan sonra aletleri, cihazları ve ekipmanları kullanım talimatlarına göre temizleyerek yerlerine kaldırınız.
- Suyu, gaz musluklarını ve elektrik düğmelerini, çalışma yapılmadığında ve laboratuvar kullanımının tamamlanması durumunda kapatınız.
- Laboratuvardan izinsiz herhangi bir malzeme ve kimyasal madde çıkarmayınız.
- Çalışma bittikten sonra ellerinizi sabunlu su ve gerektiğinde antiseptik bir sıvıyla yıkayınız.
- Çalışma alanını, çalışma esnasında ve bitiminde düzenli ve temiz tutunuz.

Laboratuvarda meydana gelen her türlü olayla ilgili (kaza, yaralanma, tehlikeli durum, yangın, bozuk cihaz ve ekipmanlar gibi) laboratuvar sorumlularına bilgi veriniz.

İlgili personeller, bu talimatta yazılı olmasa dahi iş sağlığı ve güvenliği ile ilgili olarak mevcut kanun ve ilgili yönetmeliklere göre hareket etmek zorundadır. Kanun ve yönetmelikler talimatların daima üstündedirler.

SORUMLU PERSONEL (Tebellüğ Eden)	KONTROL EDEN	ONAYLAYAN (Tebliğ Eden)

Yukarıdaki talimatı okuduğumu, anladığımı, Bursa Uludağ Üniversitesi
.....sinde görev yaparken,
iş sağlığı ve güvenliğinin sağlanması için talimatta belirtilen sağlık ve güvenlikle ilgili
gereklikleri aynen yerine getireceğimi ve uygulayacağımı, talimattaki herhangi bir hususa
uymadığım takdirde hakkımda uygulanacak her türlü hukuki ve cezai sorumluluğu üstlendiğimi
kabul ve taahhüt ederim.

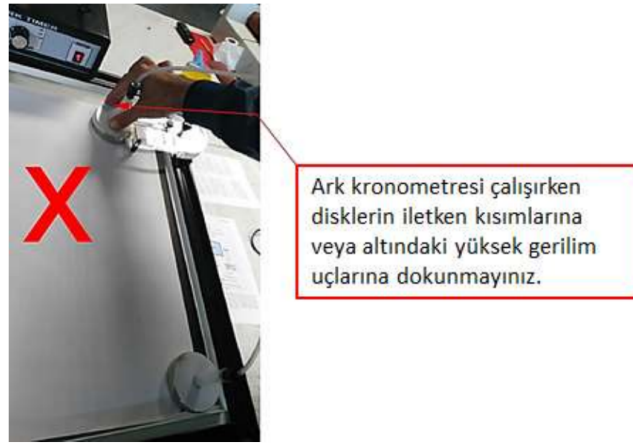
DERS İLE İLGİLİ BİLGİLENDİRME VE KURALLAR

- Laboratuvarlar ciddi çalışma ortamlarıdır. Bu yüzden tehlikeli hareketlerden kaçınılmalıdır.
- Laboratuvara izinsiz girip çıkmak yasaktır.
- Laboratuvara yiyecek ve içecek getirmek yasaktır.
- Laboratuvardaki tüm araç ve gereçler kullanılırken özenli ve dikkatli davranılmalıdır.
- Anlaşılmayan bir konu olduğunda laboratuvar sorumlularına sorulmalıdır.
- Laboratuvarlarda asla tek başına, izinsiz ve sorumlular yokken çalışılmamalıdır.
- Devamsızlık sınırı toplam deney sayısının %20'sidir. Raporlu günler, rapor teslim edilmediği için yok sayılan deneyler ve 2'den fazla alınan telafiler de buna dahildir.
- Her öğrenci deney kılavuzu edinmeli ve bu kılavuzu mutlaka laboratuvara getirmelidir. Kılavuzu yanında olmayan öğrenci derse alınmaz (Deney kılavuzunun akıllı telefonlardan pdf şeklinde kullanılmasına izin verilmeyecektir.).
- Deneylerin yapılışında anlatılandan farklı bir yöntem asla denemeyiniz.
- Laboratuvara zamanında gelinmeli ve kendi deney masası dışındaki alanlarda bulunulmamalıdır. Geç gelen öğrenci çok önemli bir gerekçesi olmadıkça derse alınmayacaktır.
- Deneyin yapılışı sırasında gözlemlerinizi, ölçümlerinizi ve hesaplamalarınızı not etmeyi unutmayınız.
- Deney sonunda öğrenilen bilgiler, toplanan veriler, yapılan hesaplamalar, oluşturulan tablolar, çizilen grafikler ve gerekli açıklamalarla birlikte hazırlanan raporlar bir sonraki hafta deneye gelirken beraberinde getirilir ve ilgili asistana teslim edilir. Raporunu zamanında teslim etmeyen öğrenci o deneye katılmamış kabul edilir.
- Çalışmalar sırasında ihtiyaç duyulduğunda görevlilerin yardımına başvurulur ve onların bilgisi dışında araç ve gereç kullanılmaz.
- Dönem sonunda not veya devam konusunda herhangi bir itirazı olan öğrenci, katıldığı tüm deneylerin incelenerek imzalanmış raporlarını ilgili öğretim üyesine sunmak durumundadır. Aksi halde itiraz hakkı yoktur. Ortaya çıkacak durumdan dolayı ilgili öğretim üyesi ve derse katılan asistanlar sorumlu tutulamaz. Bu gibi durumlar için öğrenciler tüm raporlarını ilgili asistandan imzalı olarak geri almalı ve titizlikle muhafaza etmelidirler.

Hava Masası Deney Setinde Dikkat Edilmesi Gereken Noktalar

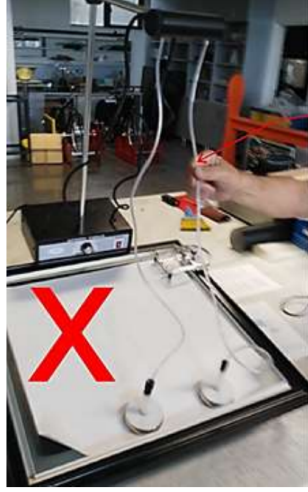
Aşağıdaki talimatlar, hava masası seti ile yapılan deneylerin güvenliğini ve doğruluğunu sağlamak için dikkatlice okunmalı ve uygulanmalıdır:

- Hava masasında hava pompası (kompresör) ve kıvılcım jeneratörü ile bağlantılı hava hortumlarına tutturulmuş iki adet metal disk bulunur. Diskler, hava hortumları içindeki zincirler yardımıyla kıvılcım jeneratörüne elektriksel olarak bağlanmıştır. Bu nedenle, **Kıvılcım jeneratörü çalışırken veya fişe takılıyken; hava hortumlarına, disklerin iletken kısımlarına (elektrotlarına) veya karbon kağıdına kesinlikle DOKUNMAYINIZ!** Olası elektrik şoku tehlikesi içerir.



Şekil 1: Kıvılcım jeneratörü aktifken temas edilmemesi gereken bazı noktalar.

- Hava kompresöründen gelen basınçlı hava, T-Bağlantı konektöründen ve sonrasında plastik hortumlardan geçerek metal disklere ulaşır. Montaj ve kullanım esnasında, hava akışının kesilmemesi için hava hortumlarının serbest olmasına ve bükülmemesine dikkat edilmelidir.
- Deney kağıdı (beyaz kağıt), karbon kağıdının (siyah, elektriksel olarak iletken) tam üstünde olacak şekilde yerleştirilmelidir. Kağıtları masaya bantla yapıştırmayınız. Kıvılcım jeneratörünün periyodik olarak ürettiği yüksek voltaj, diskin merkezindeki elektrot ile alttaki iletken karbon kağıdı arasında bir kıvılcım (ark) oluşturur. Bu kıvılcımların her biri, aradaki beyaz kağıdın yüzeyinde siyah bir nokta (iz) bırakır. Böylece disklerin izlediği yol, belirli zaman aralıklarıyla işaretlenmiş olur.



Ark kronometresi çalışırken hava ve voltaj hortumlarına, deney veri kağıdına (beyaz kağıt) veya iletken karbon kağıdına dokunmayınız.

Şekil 2: Kıvılcım jeneratörü aktifken temas edilmemesi gereken bazı noktalar.

- **Çok Önemli:** Tek diskin kullanıldığı deneylerde (örneğin eğik atış, düzgün doğrusal hareket vb.), deney kağıdının bir köşesi cam tablanın köşesinde içe doğru katlanmalı ve kullanılmayacak olan **ikinci metal disk bu katlanmış kağıt parçasının üzerine konulmalıdır**. Disklerin altında yer alan yüksek voltaj ucunun (elektrotun) devre devamlılığını sağlayabilmesi için mutlaka iletken **karbon kağıt ile temas halinde olması gerekir**. Eğer ikinci disk karbon kağıdının dışına veya yalıtkan bir yüzeye koyarsanız devre tamamlanmaz ve çalışan diğer diskiniz de kıvılcım üretmez.
- Diskleri hareket ettirirken veya masadan alırken, metal veya alt kısımlarından değil, **her zaman dikey olarak uzanan plastik tutacak kısımlarından** tutunuz.
- **Masanın Dengelenmesi:** Tüm deneylerden önce hava masası yüzeyi yatay olarak ayarlanmalıdır. Hava masasını dengelemek için masanın altında üç adet ayarlanabilir vida ayak bulunmaktadır. Ayarlamayı yapmak için disklerden biri masanın ortasına, diğeri ise bir köşesine konur. Hava pedalına basıldığında ortadaki disk masanın eğimine doğru kaymaya başlar. Masanın ayakları sıkılıp gevşetilerek diskin masanın ortasında tamamen hareketsiz kalması sağlanır. Hava pedalına bastığınız halde disk masanın ortasında hareketsiz duruyorsa, sisteminiz yatay düzlemde mükemmel bir şekilde dengelenmiş demektir.
- Kıvılcım ve Hava pedalları, hava masası kenarında, deney esnasında kolayca erişebileceğiniz ve aynı anda basabileceğiniz bir konumda olmalıdır, **ancak bunlara yanlışlıkla basmamanız son derece önemlidir!**
- Kıvılcım jeneratörü, frekans ayarı sayesinde saniyede üretilcek kıvılcım sayısını belirler. Örneğin frekansın 10 Hz seçilmesi durumunda, pedala basıldığında beyaz kağıda her saniyede eşit zaman aralıklarında 10 adet nokta basılacaktır. Bu durumda iki nokta (kıvılcım) arasındaki zaman farkı $\Delta t = 1/10 = 0,1$ saniye olacaktır. Doğru zaman skalasının seçilmesi, veri analizi ve hız/ivme hesaplama işlemlerini kolaylaştıracaktır.

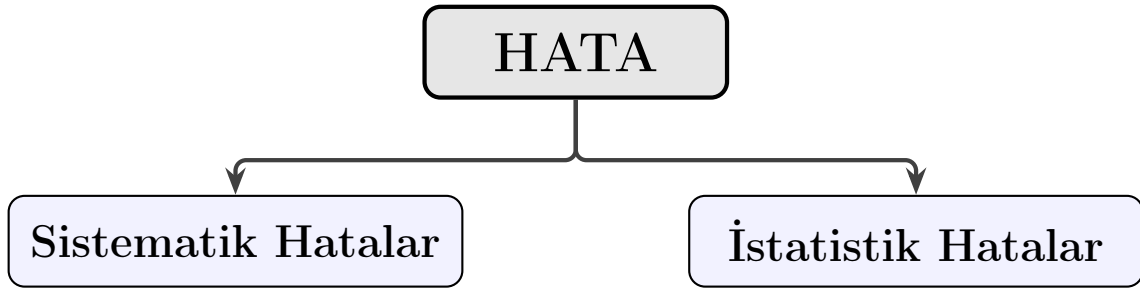
BÖLÜM 2

Deneyler Öncesi Bazı Bilgiler

Hata Hesabı

Hata

Herhangi bir fiziksel büyüklüğün ölçülen değeri ile gerçek değeri arasındaki farka “hata” denir. Ölçülen bir fiziksel büyüklüğün sayısal değeri, yapılan deneysel hatalardan dolayı hiçbir zaman gerçek değeri ile ifade edilemez. Ölçüm sonucu bulunan sayısal değer duyarlılığı ve güvenilirliği yapılan hataların sınırı ile belirlenir. Hata sınırı belli olmayan bir deneysel sonucun ise bilimsel bir değeri yoktur. Bu nedenle deneysel çalışmalarımızda yaptığımız ölçmelerde yapılan hataların ayrı ayrı belirlenmesi ve bunların deneysel sonuca etkisinin ortaya çıkarılması gerekir. Hata sistematik ve istatistik (rastlantısal) olmak üzere iki türdür.



Şekil 0.3: Ölçümlerde karşılaşılan hata türlerinin temel sınıflandırması.

Sistematik Hatalar: Bu tür hatalar deney yapılan aletlerin ayarsızlığı, izlenen yöntemin yanlışlığı, yararlanılan matematiksel bağıntıların eksikliğinden kaynaklanır. Bu tür hatalar sonuca her zaman aynı yönde etki eder. Deneysel sonuç sürekli olarak gerçek değerinden ya daha büyük ya da daha küçük olur. Bu tür hatalardan kurtulmak için hatanın kaynağını bulup gidermek, bu yapılmazsa sonuç üzerinde gerekli düzeltmeyi yapmak gerekir.

İstatistik (Rastgele) Hatalar: Bu tür hatalar ölçü aletlerinin duyarlılıklarının sınırlı olması, ölçülen büyüklük veya ölçüm sisteminin kararsız olmasından kaynaklanır. Bu tür hatalar küçük ve çift yönlü hatalardır. Bu hatalar aynı ölçmenin çok sayıda tekrarlanması ile görülebilir. Elde edilen sonuçlar birbirinden farklı olup belli bir değer etrafında (ortalama değer) bir dağılım gösterir. Bu belli değer ile her bir ölçme sonucu arasındaki farkların cebirsel toplamı sıfırdır. Bu sonuç bize aynı bir büyüklük için tekrarlanan çok sayıda ölçmede yapılan istatistik (rastgele) hataların toplam etkisinin sıfır olduğunu gösterir. Bu tür hataların etkisini azaltmak için ölçüm sayısı arttırılır. Hatanın derecesi hesaplanabilir.

Mutlak Hata

Ölçülen bir fiziksel büyüklüğün gerçek değeri x_0 ile, ölçülen x değeri arasındaki farka x_0 'ın mutlak hatası denir.

$$\text{Mutlak hata} = \pm \Delta x = x_0 - x$$

$$\text{Gerçek değer} = x_0 = x \pm \Delta x$$

x_0 gerçek değeri genel olarak tam bilinmediğinden Δx 'in de tam değeri bilinemez. Δx 'in ancak yaklaşık değeri bazı yollardan hesaplanabilir. Uygulamada mutlak hatanın görünen değeri belirlenebilir. Bu da ölçülen değer ile birçok ölçüm sonucu elde edilen en iyi değer arasındaki farka eşittir.

Bağıl Hata

Mutlak hatanın (Δx) ölçülen değere (x) oranına bağıl hata denir. Bağıl hatanın yüz ile çarpımı yüzde bağıl hatayı verir.

$$\text{Bağıl Hata} = \frac{\Delta x}{x} \quad , \quad \text{Yüzde bağıl hata} = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100$$

Örnek (Mutlak ve Bağıl Hata): Bir cetvel ile masanın boyu $x = 120,0$ cm ölçülmüştür. Masanın üretici tarafından belirtilen gerçek boyu $x_0 = 120,5$ cm ise;

$$\text{Mutlak Hata: } \Delta x = |x_0 - x| = |120,5 - 120,0| = 0,5 \text{ cm.}$$

$$\text{Bağıl Hata: } \frac{\Delta x}{x} = \frac{0,5}{120,0} \approx 0,0041. \text{ Yüzde bağıl hata ise } \%0,41 \text{ 'dir.}$$

Aritmetik Ortalama

Aynı bir ölçümün çok sayıda tekrarlanması sonucu elde edilen ölçü değerleri belli bir değer etrafında dağılım gösterirler. Böyle bir merkezi değere “ortalama” denir. $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ ölçme sonucunda bulunan değerler ise bunların aritmetik ortalaması:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

dir. $\bar{x}$ değeri, x 'in yaklaşık değeridir. O halde bir büyüklük N kez ölçülmüşse, ortalama değeri ölçüm sonucu olarak alınabilir.

Ortalama Değerin Standart Hatası

Ortalama değer ölçülerin dağılımı ile ilgili olarak daima değişebilir. Dolayısıyla ortalama değer de bir standart sapması vardır. Buna “Standart Hata” denir ve:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

eşitliği ile hesaplanır. Böylece ortalama değer ve standart hatası $x = \bar{x} \pm \Delta x$ şeklinde ifade edilebilir.

Bileşik Büyüklüklerin Hatası

Eğer bir sonuç ölçülen çeşitli verilere bağlıysa ve her cins verinin hatası biliniyorsa sonuçtaki hatanın hesaplanması gerekir. Genel olarak Q ’nun standart hatası aşağıdaki gibi hesaplanır: Eğer $Q = f(x, y, z, \dots)$ ise

$$\Delta Q = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \Delta z\right)^2 + \dots}$$

Burada $\frac{\partial Q}{\partial x}$, Q ’nun x ’e göre kısmi türevini gösterir.

Örnek (Kısmi Türev Yoluyla Bileşik Hata):

Bir silindirin hacmi $V = \pi r^2 h$ formülüyle hesaplanır. Yarıçap $r = 2,0 \pm 0,1$ cm ve yükseklik $h = 5,0 \pm 0,2$ cm olarak ölçülmüş olsun. Ortalama hacim: $V = \pi(2,0)^2(5,0) \approx 62,83$ cm³. Hacimdeki hata payını bulmak için kısmi türevleri alalım:

$$\frac{\partial V}{\partial r} = 2\pi r h = 2\pi(2,0)(5,0) = 20\pi \approx 62,83$$

$$\frac{\partial V}{\partial h} = \pi r^2 = \pi(2,0)^2 = 4\pi \approx 12,56$$

Standart hata formülüne yerleştirirsek:

$$\Delta V = \sqrt{(62,83 \cdot 0,1)^2 + (12,56 \cdot 0,2)^2} = \sqrt{(6,28)^2 + (2,51)^2} \approx \sqrt{39,43 + 6,30} \approx 6,76 \text{ cm}^3$$

Sonuç: $V = 62,8 \pm 6,8$ cm³.

Basit İşlemlerde Hata Hesapları:

Toplama-Çıkarma:

$$Q = x \pm y \implies \Delta Q \cong \Delta x + \Delta y$$

Örnek:

İki çubuğun uzunlukları $L_1 = 15,0 \pm 0,2$ cm ve $L_2 = 5,0 \pm 0,1$ cm olsun. Bu çubukların uzunlukları farkı $Q = 15,0 - 5,0 = 10,0$ cm'dir. Mutlak hatalar toplanacağı için $\Delta Q = 0,2 + 0,1 = 0,3$ cm olur.

Sonuç: $Q = 10,0 \pm 0,3$ cm.

Çarpma-Bölme:

$$Q = x \cdot y \text{ veya } Q = \frac{x}{y} \implies \frac{\Delta Q}{Q} \cong \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} \implies \Delta Q \cong Q \cdot \left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} \right)$$

Örnek:

Bir dikdörtgenin kenarları $x = 10,0 \pm 0,2$ cm ve $y = 5,0 \pm 0,1$ cm olsun. Alan $A = 10,0 \cdot 5,0 = 50,0$ cm². Çarpma işleminde bağıl hatalar toplanır:

$$\Delta A = 50,0 \cdot \left(\frac{0,2}{10,0} + \frac{0,1}{5,0} \right) = 50,0 \cdot (0,02 + 0,02) = 2,0 \text{ cm}^2.$$

Sonuç: $A = 50,0 \pm 2,0$ cm².

Üstel Fonksiyonlarda:

$$Q = x^n \implies \frac{\Delta Q}{Q} \cong |n| \cdot \frac{\Delta x}{x} \implies \Delta Q \cong |Q| \cdot (|n| \cdot \frac{\Delta x}{x})$$

Örnek:

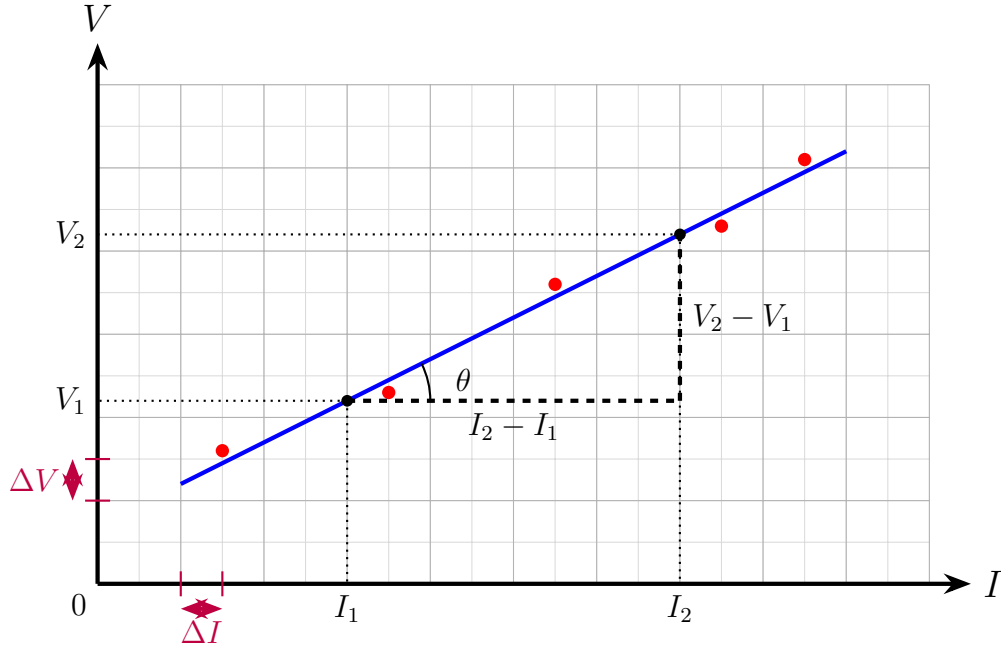
Bir karenin kenarı $x = 4,0 \pm 0,1$ cm olsun. Alanı $A = x^2 = 16,0$ cm². Hata hesabı: $\Delta A = 16,0 \cdot \left(2 \cdot \frac{0,1}{4,0} \right) = 16,0 \cdot (0,05) = 0,8$ cm².

Sonuç: $A = 16,0 \pm 0,8$ cm².

Trigonometrik Fonksiyonlar:

$$Q = \sin x \implies \Delta Q = |\cos x| \cdot \Delta x \text{ (} x \text{ ve } \Delta x \text{ radyan cinsinden ise).}$$

Grafik Üzerinde Hesaplanan Bir Değerin Hatasının Bulunması



Şekil 0.4: Grafik üzerinde işaretlenen noktalarla eğim üçgeninin kurulması ve ΔV , ΔI belirsizlik aralıklarının gösterimi.

Grafikte çizilen doğrunun eğimi $\tan \theta = R = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1}$ olarak bulunur. Basit çarpma, bölme işlemlerinde bağıl hata bağıntısına göre R 'nin hatası:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta(V_2 - V_1)}{V_2 - V_1} + \frac{\Delta(I_2 - I_1)}{I_2 - I_1}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\Delta(V_2 - V_1) = \Delta V_2 + \Delta V_1$, $V_2 - V_1$ 'in hatası; $\Delta(I_2 - I_1) = \Delta I_2 + \Delta I_1$, $(I_2 - I_1)$ 'in hatası olduğundan, R 'nin bağıl hatası:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V_2 + \Delta V_1}{V_2 - V_1} + \frac{\Delta I_2 + \Delta I_1}{I_2 - I_1}$$

olur. Grafik üzerinde belirlenen, $\Delta I = I$ ekseninde en küçük iki çizgi arasındaki değer; $\Delta V = V$ ekseninde en küçük iki çizgi arasındaki değer olmak üzere ve $\Delta V = \Delta V_2 = \Delta V_1$, $\Delta I = \Delta I_2 = \Delta I_1$ eşitliklerinden,

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{2\Delta V}{V_2 - V_1} + \frac{2\Delta I}{I_2 - I_1}$$

hata bağıntısı elde edilir.

Anlamlı Sayılar

Hata hesabı bölümünde yapılan bir ölçümün sonucunun $x = \bar{x} \pm \Delta x$ şeklinde, hata payı ile birlikte verilmesi gerektiğini görmüştük. Peki yapılan bir ölçüm sonucu açıkça hata payı ile birlikte verilmediğinde ne olacak?

Örneğin en küçük bölmesi 1 mm (0,1 cm) olan bir cetvel ile yapılan bir ölçüm sonucunu okuduğunuzu varsayalım. Değer 1,8 cm ise, hatanın ne olduğunu nasıl anlarız? İşte burada anlamlı sayılar devreye giriyor. Bir fizikçi, bu ölçüm sonucunu okuduğunda aslında verilen sayının $1,80 \pm 0,05$ cm olduğunu anlar. (Bir fizikçi için $2+2=4$ etmez! $2 + 2 = 4 \pm 1$ olur.)

Bir ölçüm sonucundaki anlamlı sayılar (ya da anlamlı rakamlar) basitçe, ölçüm sonucundaki kesin olan basamaklar + ilk belirsizlik içeren basamak şeklinde ifade edilebilir. 1,8 cm ölçümünde son basamak belirsizlik içerir. Cetvelin en küçük bölmesi 1 mm ise, ölçüm belirsizliği genellikle bu bölmenin yarısı olan 0,5 mm (0,05 cm) mertebesinde. Bu nedenle, ölçüm sonucu $1,80 \pm 0,05$ cm şeklinde ifade edilmelidir.

Anlamlı sayılar için aşağıdaki kuralları uyguluyoruz:

- Sıfır olmayan tüm rakamlar, aksi belirtilmediği sürece anlamlıdır (Örn: 345, üç anlamlı rakam).
- İki sıfır olmayan rakam arasındaki tüm sıfırlar anlamlıdır (Örn: 3005, dört anlamlı rakam).
- Sıfır olmayan bir rakamdan önce gelen tüm sıfırlar anlamsızdır. Sadece virgölün yerini belirtirler (Örn: 0,003 sayısının sadece bir anlamlı rakamı vardır).
- Virgülden sonraki sıfır olmayan bir rakamın ardından gelen tüm sıfırlar anlamlıdır (Örn: 3,200 cm için dört anlamlı sayı vardır).
- Herhangi bir tam sayının sonunda virgül varsa, ondan önce gelen sıfırlar anlamlıdır (Örn: 300, sayısında üç anlamlı rakam vardır).
- Sayının sonunda virgül gösterilmemişse sıfır olmayan rakamlardan sonra gelen sıfırlar anlamlı olabilir veya olmayabilir (1200 km gibi). Bu karmaşayı önlemek için bilimsel gösterim ($1,2 \times 10^3$ veya $1,200 \times 10^3$) kullanılmalıdır.

Bir değerin hassaslığını ifade ederken ölçü birimi mutlaka eklenmelidir. Ara işlemlerde yuvarlama hatalarından (kesme hatası) kaçınmak için fazladan bir veya iki basamak tutulmalı, yuvarlama işlemi sadece nihai sonuçta yapılmalıdır.

Kuralları belirlediğimize göre işlemlerde nasıl davranacağımıza bakalım:

1. Tam ve Kesin Sayılar: Fiziksel ve matematiksel sabitler ile tanımlanmış dönüşüm faktörleri (örneğin π , e , 1 inç = 2,54 cm, formüllerdeki kat sayı olan 2 rakamı vb.) sonsuz sayıda anlamlı rakama sahip kabul edilir ve hesaplamanın sonucundaki anlamlı basamak sayısını kısıtlayamaz.

2. Toplama ve Çıkarma: İki ölçüm sonucunun toplamı veya farkı belirlenirken sonuç, işleme giren sayılar arasında ondalık basamak sayısı (virgülden sonraki basamak sayısı) **en az olan sayıya göre** yuvarlanır. Bu işlemde toplam anlamlı rakam sayısına bakılmaz.

- **Örnek:** $2,1 \text{ km} + 0,122 \text{ km} = 2,222 \text{ km} \rightarrow \mathbf{2,2 \text{ km}}$ (2,1 sayısında virgülden sonra 1 basamak olduğu için sonuç virgülden sonra 1 basamak içerecek şekilde yuvarlanır).
- **Örnek:** $5,462 \text{ g} - 5,43 \text{ g} = 0,032 \text{ g} \rightarrow \mathbf{0,03 \text{ g}}$ (5,43 sayısında virgülden sonra 2 basamak olduğu için sonuç virgülden sonra 2 basamak içerecek şekilde yuvarlanır).

3. Çarpma ve Bölme: Çarpma ve bölme işlemlerinde sonuç, işleme giren sayılar arasında **en az anlamlı rakama sahip olan sayının** anlamlı rakam sayısı kadar anlamlı rakam içerecek şekilde yuvarlanır. Hesaplamanın son aşamasında anlamlı olmayan fazla basamaklar atılır.

- **Örnek:** $2,45 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm} = 4,9 \text{ cm}^2$ (2,45 üç anlamlı, 2,0 iki anlamlı rakama sahip olduğundan, sonuç iki anlamlı rakam içermelidir: $\mathbf{4,9 \text{ cm}^2}$).
- **Örnek:** $3,244 \text{ g} / 2,0 \text{ cm}^3 = 1,622 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \mathbf{1,6 \text{ g/cm}^3}$ (2,0 sayısı yine iki anlamlı rakam kısıtlaması getirdiği için sonuç iki anlamlı rakama yuvarlanır).

Yuvarlama Kuralı:

Atılacak ilk rakam 5'ten büyükse önceki rakam 1 artırılır; 5'ten küçükse aynen bırakılır. Atılacak rakam tam olarak 5 ise (veya 5'i sadece sıfırlar takip ediyorsa), ölçüm bilimlerinde **"çift sayıya yuvarlama"** kuralı uygulanır: 5'in önündeki rakam çift ise dokunulmaz, tek ise bir artırılır.

- $3,14 \rightarrow \mathbf{3,1}$ (4 atılır, 1 değişmez).
- $3,16 \rightarrow \mathbf{3,2}$ (6 atılır, 1 artırılır).
- $3,15 \rightarrow \mathbf{3,2}$ (5 atılır, 1 tek olduğu için artırılır).
- $3,25 \rightarrow \mathbf{3,2}$ (5 atılır, 2 çift olduğu için değişmez).

BÖLÜM 3

DENEYLER

DENEY I

Bir Deneyin Analizi

Amaç

Bir deneyden alınan sonuçların grafikler halinde nasıl gösterilebileceğinin ve analiz edilebileceğinin öğrenilmesi, analiz sonucu elde edilen matematiksel bağıntılar yardımıyla benzer deneylerin sonuçlarının tahmin edilebilmesi ve hata hesabının öğrenilmesi.

Deney

Tablo-1’de bir deneyden alınan ölçüm sonuçları verilmiştir. Deneyde aynı hacimli dört büyük silindirik kap kullanılmıştır. Kapların tabanlarına çapları farklı büyüklüklerde dairesel delikler açılmıştır. Her denemede kaplara farklı yüksekliklerde su konulmuş ve kapların boşalma sürelerinin su miktarına nasıl bağlı olduğu araştırılmıştır. Her ölçüm birkaç kez tekrarlanmış ve kapların boşalma sürelerinin ortalamaları alınmıştır. Kullanacağınız tüm deneysel veriler Tablo-1’de verilmiştir. Amaç, deney sonuçlarını grafikler halinde ifade ederek, analiz etmek ve benzer deney sonuçlarını, deney yapmadan tahmin edebilmektir.

Tablo-1

h (cm) \ d (cm)	30	10	4	1
1,5	73,0 s	43,5 s	26,7 s	13,5 s
2	41,5 s	23,7 s	15,0 s	7,2 s
3	18,3 s	10,5 s	6,8 s	3,7 s
5	6,8 s	3,9 s	2,2 s	1,5 s

Analiz

Veriler grafiklerle gösterilirse benzer bir deneyin sonucunu kestirmek ve olayla ilgili matematiksel bağıntıyı bulmak çok kolaydır. Böyle bir analizde birbirinden bağımsız değişkenler, değişkenlerden biri sabit tutularak ayrı ayrı incelenir. Örneğin, bu deneyde kabın boşalma süresinin (t), önce su yüksekliği (h) sabit tutularak delik çapı (d) ile sonra delik çapı sabit tutularak su yüksekliğiyle değişimini inceleyerek, olayla ilgili matematik bir bağıntı bulunabilir.

A) $h = \text{sabit}$ için inceleme

1. Önce sabit bir su yüksekliğini (örneğin $h = 30 \text{ cm}$) seçin.
2. Delik çapına bağlı olarak kabın boşalma süresinin grafiğini çizin. Grafiği çizerken değişkeni (d delik çapı) yatay eksen, fonksiyonu (t boşalma süresi) dikey eksen ($t = f(d)$ grafiği) gösterin. Eksenler üstünde yapacağınız okumaların sağlıklı olması için grafiğinizi kağıdın en az yarısını kaplayacak şekilde çizip, işaretlediğiniz noktaları düzgün bir eğriyle birleştirin.

Soru: Eğriyi çizmenin tek bir yolu mu var, yoksa aynı noktalardan geçen farklı eğriler de çizilebilir mi?

3. Bir grafikte ölçülen noktalar arasında bulunan ama ölçümü yapılmamış bir noktadaki değerin grafikten okunmasına *interpolasyon*, ölçülen noktalar dışında kalan herhangi bir noktadaki değeri okumaya *ekstrapolasyon* yapmak denir. Buna göre, deliğin çapının $d = 4 \text{ cm}$ ve $d = 8 \text{ cm}$ olduğu durumlarda, kabın boşalma sürelerini grafikten okuyun. Sizce hangi değer daha güvenilirdir?

– $d = 4 \text{ cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

– $d = 8 \text{ cm}$ için $t = \dots\dots\dots$

4. Biraz daha kesin olmak için, t ve d arasında bir bağıntı bulmak gerekir. t ile d arasındaki grafik t 'nin $1/d^2$ ile orantılı olduğunu ima eder. Şimdi de uygun bir ölçek seçerek $1/d^2$ 'nin t ile değişimini gösteren grafiği ($t = f(1/d^2)$ grafiği) Tablo-2'deki değerler yardımıyla çizin.

Tablo-2

h (cm)	30	10	4	1
$1/d^2$ (cm ⁻²)				
0,44	73,0 s	43,5 s	26,7 s	13,5 s
0,25	41,5 s	23,7 s	15,0 s	7,2 s
0,11	18,3 s	10,5 s	6,8 s	3,7 s
0,04	6,8 s	3,9 s	2,2 s	1,5 s

5. Çizdiğiniz grafiğin eğimi bulup, grafikte seçtiğiniz yükseklikteki su için t ile d arasındaki bağıntıyı gösteren bir denklem yazın.

– $T = \dots\dots\dots \frac{1}{d^2}$

6. Bulduğunuz denklemden deliğin çapının $d = 4$ cm ve $d = 8$ cm olduğu durumlarda, kabın boşalma sürelerini hesaplayın.

– $d = 4$ cm için $t = \dots\dots\dots$

– $d = 8$ cm için $t = \dots\dots\dots$

7. Bu değerleri daha önce grafikten okuduğunuz değerlerle kıyaslayın. Size göre hangi değerler daha güvenilirlerdir?

8. Diğer su yükseklikleri için, denklemin doğru olup olmadığını sınamak amacıyla aynı grafik üstüne $h = 10$ cm, $h = 4$ cm ve $h = 1$ cm için de t ile $1/d^2$ 'ye ait grafikleri ($t = f(1/d^2)$ grafikleri) çizin.

Nasıl bir sonuca varıyorsunuz?

B) $d = \text{sabit}$ için inceleme

1. Şimdi deliğin çapını sabit tutarak t 'nin h ile nasıl değiştiğini araştırın. Bunun için, tabanında $d = 1,5$ cm çaplı delik bulunan kabı ele alın. Su yüksekliğini (h) yatay ekseninde, boşalma süresini (t) düşey ekseninde ($t = f(h)$ grafiği) gösterin. Yine noktaları düzgün bir eğriyle birleştirin.
2. Bu eğrinin başlangıç noktasından (orijin) geçip geçmediğine karar verin.
3. $h = 20$ cm ve $d = 4$ cm durumunda kabın boşalma süresinin t 'nin $1/d^2$ 'ye göre grafiğinden nasıl bulunacağını tartışarak hesaplayın.

– $T = \dots\dots\dots$

4. t ile h arasında bir bağıntı elde etmek için basit bir yol yoktur. Bu durumda, t 'nin h^n ile orantılı olup olmadığını araştırmak en iyi yoldur. Eğer t , h^n ile orantılıysa $\log t$ de $n \log h$ ile orantılı olmalıdır. O halde tam logaritmik kâğıda $d = 1,5$ cm çaplı delik bulunan kap için $t = f(h)$ grafiğini çizin.
5. Logaritmik kâğıda çizdiğiniz grafiğin eğimini bulun.

– Eğim = $\dots\dots\dots$

6. Bulunan eğim, t 'nin h 'ın kaçınkı kuvveti ile orantılı olduğunu yani " n "'yi verecektir. Bulduğunuz eğimi kullanarak t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı yazın.

– Denklem: $\dots\dots\dots$

7. t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı bir kez de $\ln t$ 'nin $\ln h$ 'a göre grafiğini ($\ln t = f(\ln h)$) çizerek bulun. Bunun için $\ln t = f(\ln h)$ grafiğinin eğimini hesaplayıp, t ile h arasındaki matematiksel bağıntıyı yazın.

– Eğim = $\dots\dots\dots$

– Denklem: $\dots\dots\dots$

8. Her iki yöntemle bulunan sonuçları kıyaslayın.

C) $h = \text{sabit}$ ve $d = \text{sabit}$ için yapılan inceleme sonuçlarının birleştirilmesi

$h = \text{sabit}$ ve $d = \text{sabit}$ için yapılan incelemelerden;

$$t \propto \frac{1}{d^2} \quad \text{ve} \quad t \propto \sqrt{h} \quad \Rightarrow \quad t \propto \frac{\sqrt{h}}{d^2} \quad (1.1)$$

sonuçlarına ulaşmış olmanız gerekir. O halde kabın boşalma süresinin h ve d 'ye bağlılığı

$$t = k \frac{\sqrt{h}}{d^2} \quad (1.2)$$

bağıntısı ile ifade edilebilir. Denklem (1.2)'de k orantı sabitidir.

1. İyi bilinen t , d ve h değerlerini kullanarak Denklem (1.2) yardımıyla k orantı sabitini hesaplayın.

$$- \quad k = \dots\dots\dots$$

2. k sabitinin daha güvenilir bir değerini elde etmek için t 'nin $\sqrt{h}/d^2$ 'ye göre değişimini gösteren grafiği ($t = f(\sqrt{h}/d^2)$ grafiği) çizin. Grafiğin eğimini alarak k orantı sabitini bulun.

$$- \quad k = \dots\dots\dots$$

3. İki yöntemle elde ettiğiniz k sabitlerini karşılaştırın ve hangi yöntemin sizce daha güvenilir olduğunu belirtin.

4. Denklem (1.2)'den $h = 20$ cm ve $d = 4$ cm durumu için kabın boşalma süresini hesaplayın.

$$- \quad t = \dots\dots\dots$$

5. Daha önce B bölümü 3. maddede bulduğunuz sonuçla, şimdi bulduğunuz süreyi kıyaslayın.

6. Sizce hangi sonuç daha güvenilirdir?

D) Hata hesabı

Doğrudan ölçmelerde yapılan hata, hesaplanan bütün fiziksel büyüklüklere yayılır. Bir z fiziksel büyüklüğünün, x ve y gibi bağımsız olarak ölçülebilen iki fiziksel büyüklüğe

$$z = f(x,y) \quad (1.3)$$

ifadesiyle bağlı olduğunu kabul edelim. z fiziksel büyüklüğü üstünde yapılan Δz mutlak hata, x yerine $x + \Delta x$ ve y yerine $y + \Delta y$ konulduğunda

$$\Delta z = f(x,y) - f(x + \Delta x, y + \Delta y)$$

değişimine eşit olur. Bu değişim, Denklem (1.3) ifadesinin diferansiyeli alınarak bulunur:

$$\Delta z = \left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right| \Delta y \quad (1.4)$$

Bağıl hatayı hesaplamak için önce Denklem (1.3) ifadesi $\ln z = \ln f(x,y)$ şeklinde yazılır sonra diferansiyeli alınır:

$$\frac{\Delta z}{z} = \left| \frac{\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}}{f(x,y)} \right| \Delta x + \left| \frac{\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}}{f(x,y)} \right| \Delta y \quad (1.5)$$

Soru: Denklem (1.4) ve (1.5)'de niçin mutlak değer ifadesi kullanılır?

Ölümlelerini N kez tekrarladığımız gerçek bir deneyde standart sapma,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum |x - \bar{x}|^2}{N}} \quad (1.6)$$

hata olarak kabul edilir. Burada x fiziksel niceliğin ölçülen değeri, $\bar{x}$ ölçümlelerinin ortalama değeridir.

Soru: Yukarıda incelediğiniz deneyde uzunluklar sürgülü kumpasla, zaman ise kronometre ile ölçülmüştür. Sürgülü kumpas ile yapılan bir ölçümde hatayı $\pm \Delta x = 0,01$ cm, kronometre ile yapılan ölçümlerde hatayı $\pm \Delta t = 0,01$ s alın. Denklem (1.4)'den yararlanarak mutlak hata

$$\Delta t = \left(\frac{k}{2}\right) \left(\frac{1}{d^2 \sqrt{h}}\right) \Delta h + 2k \frac{\sqrt{h}}{d^3} \Delta d \quad (1.7)$$

ve denklem (1.5)'den yararlanarak bağıl hata

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta d}{d}$$

olarak bulunur. Buna göre, Denklem (1.6)'dan t üstünde yapılan mutlak hatayı ve Denklem (1.7)'den t üstünde yapılan bağıl hatayı hesaplayın.

DENEY II

Ölçü Aletleri ve Yoğunluk

Amaç

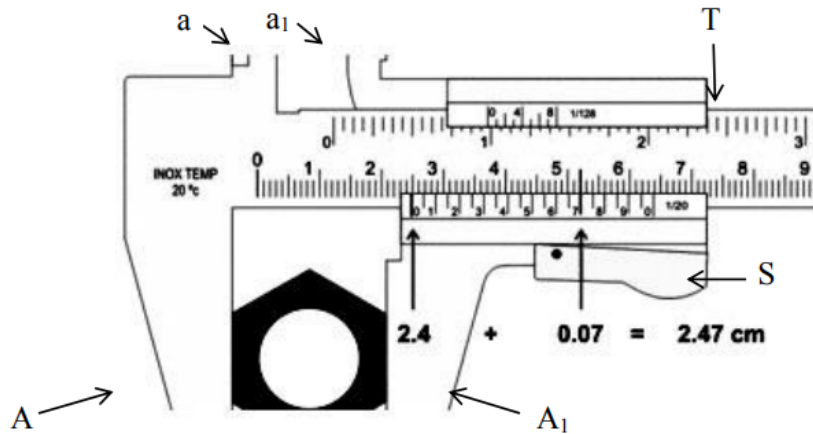
Geometrik cisimlere ait boyutların kumpas, mikrometre, cetvel ve dereceli silindir gibi çeşitli ölçüm aletleriyle belirlenmesi; kütlelerin eşit kollu ve dijital terazilerle ölçülmesi, hata hesabı yapılarak ölçüm kesinliklerinin karşılaştırılması ve kütle-hacim grafiği yardımıyla yoğunluğun hesaplanması.

Deney malzemeleri

- Vernier ölçekli kumpas
- Mikrometre
- Cetvel ve dereceli silindir
- Dijital terazi
- Farklı geometrik şekillere sahip cisimler

Teorik Bilgi

1. Vernier ölçekli kumpas:

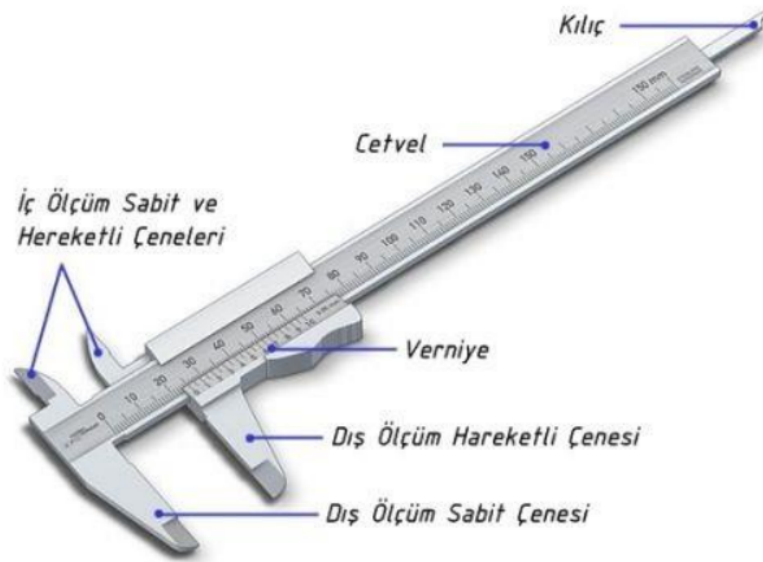


Şekil 2.1: Vernier ölçekli kumpasta ölçüm.

Milimetre ölçekli bir T cetveli ile bunun üzerinde kaydırılabilen Vernier ölçekli bir sürgüden (S) oluşur (Şekil 2.1). Kumpasın A ve A_1 çeneleri arasına çapı veya kalınlığı ölçülecek cisim sıkıştırılır. a ve a_1 çeneleri ise boruların iç çapını ölçmede kullanılır. Vernier ölçekli kumpas ile (1/10) mm veya (1/20) mm incelikte ölçüm yapılabilir. Kumpasın çeneleri arasına hafifçe sıkıştırılan cismin ölçülmek istenilen uzunluğun değeri mm cinsinden;

$$L = N + \frac{n}{10} \quad (2.1)$$

ile hesaplanır. N değeri T cetveli üzerinde, Vernier ölçekli kumpasın (S sürgüsü) sıfırdan önceki mm değeri, n değeri ise Vernier ölçekli kumpasın üzerinde olan ve T cetveli üzerindeki mm çizgilerinden biri ile çakışan çizginin sayısıdır.



Şekil 2.2: Vernier ölçekli kumpas ve temel parçalar.

Örnek: Bir ölçümde Vernier ölçekli kumpasın sıfırı T cetveli üzerinde 28 mm ile 29 mm arasında olsun. Bu durumda ölçülen uzunluk 20 mm'den büyük ve 29 mm'den küçüktür. N değeri 28 mm'dir. 28 mm'den sonraki uzunluk değerini incelikli olarak (1/10mm) ölçmek için Vernier ölçekli kumpas üzerindeki çizgilerden kaçınıcısının T cetveli üzerindeki bir çizgi ile karşı karşıya geldiğine bakılır. Bu ölçümde Vernier ölçekli kumpasın 3. çizgisi T cetveli üzerindeki bir çizgi ile çakışsın. N değeri 3'tür. L uzunluğu:

$$L = N + \frac{n}{10} = 28 + \frac{3}{10} = 28,3mm \quad (2.2)$$

olarak ölçülür.

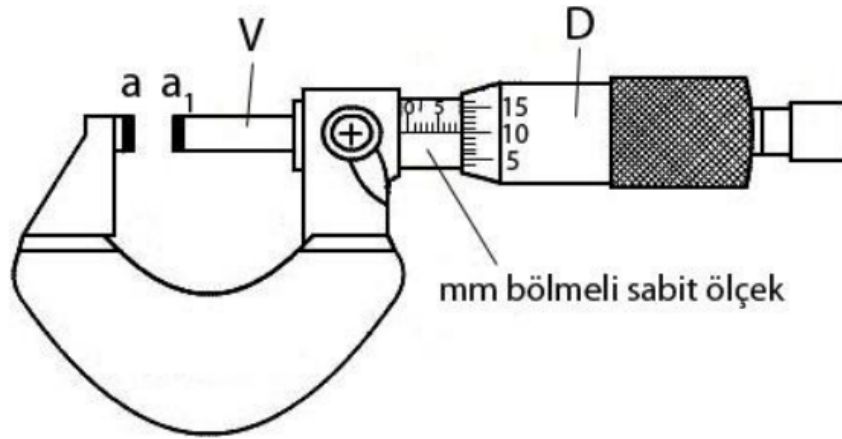
2. Mikrometre (Palmer):

(1/100) milimetre incelikte uzunluk ölçmeye yarayan vida yapılı bir ölçü aletidir. Aletin vidası sapı ile birlikte döner. Mikrometrede vida adımı 0,5 mm'dir. Kalınlığı ölçülecek cisim uçlar arasına sap döndürülerek hafifçe sıkıştırılır. Sabit ölçek üzerinden N, dönen ölçek üzerinden de n okunarak uzunluk mm cinsinden;

$$L = N + \frac{n}{100} \quad (2.3)$$

formülü ile hesaplanır.

Örnek: Küçük bir bilyenin çapını ölçmek için bilye a ve a_1 uçları arasına D sapı döndürülerek hafifçe sıkıştırılır. Çapı ölçmek için D sapı üzerinde bulunan dairesel cetvelin sabit ölçek üzerinde hangi mm çizgileri arasında olduğuna bakılır. Sabit ölçek üzerindeki yatay çizginin üzerinde 1mm aralıklı çizgiler, altında ise 0,5 mm'yi gösteren çizgiler vardır.



Şekil 2.3: Mikrometre (Palmer) aletinde ölçüm.

Örnek ölçümde D sapı üzerindeki dairesel ölçek 8 mm ile 9 mm arasında olsun. Bu durumda N değeri 8 mm'dir. Sabit ölçek üzerindeki yatay çizginin dairesel ölçek üzerinde karşı karşıya geldiği çizginin gösterdiği değer de 10 olsun. Bu değer n değerini verir. Dolayısıyla bilyenin çapı;

$$L = N + \frac{n}{100} = 8 + \frac{10}{100} = 8,10\text{mm} \quad (2.4)$$

olarak ölçülür.

3. Dijital Terazî:

Dijital terazi, bir cismin kütesinin belirlenmesinde en uygun ve en hızlı yoldur. Dijital terazi açıldığında okuma değerin gram biriminde olduğuna dikkat edin. Üretici firmaya göre bu deneyde kullanılacak dijital terazinin aletsel belirsizliği $\pm 0,01$ gramdır.

4. Dereceli Silindir ve Hacim Belirlenmesi:

Katı bir cismin hacmi, su yerdeğıştirmesi yöntemi ile ölçülebilir. Bu yöntemde, cisim, yoğunluğu cisimden az olan bir sıvı içerisine yerleştirilir. Sıvının ilk hacmi V_1 dir. Katı cisim ve sıvının oluşturduğu toplam hacim ise V_2 . Cismin hacmi:

$$V_{\text{cisim}} = V_2 - V_1 \quad (2.5)$$

ifadesi ile bulunur. Sıvıların yüzeylerinde eğri şeklindeki seviyeler ölçülürken, hacim menisküsün altından göz hizasında okunmalıdır.

5. Yoğunluk Hesaplamaları:

Maddeleri birbirinden ayırt etmek için her maddenin değışen özelliklerinden yararlanır. Yoğunluk da ayırt edici özelliklerden birisidir. Şekli ve boyutu önemli olmaksızın cismin yoğunluğu aynı kalır. Cismin yoğunluğu, d , toplam kütle m , toplam hacme bölünmesiyle bulunur:

$$d = \frac{m}{V} \quad (2.6)$$

Kütle ve hacim verileri bir grafikte ($m - V$) işaretlendiğinde, elde edilen doğrunun eğimi bize doğrudan maddenin yoğunluğunu verecektir.

Deneyin Yapılışı

1. Masanızda bulunan geometrik cisimlerin boyutlarını (en, boy, yükseklik, çap vb.) cetvel, kumpas ve mikrometre kullanarak üçer kez ölçünüz. Ortalamalarını ve hata paylarını bulunuz.
2. Ölçülen boyutlar yardımıyla cisimlerin hacimlerini ($V \pm \Delta V$) hesaplayınız.
3. Dereceli silindire bir miktar su koyup ilk hacmi (V_1) okuyunuz. Cisimleri sırayla suyun içine tamamen batırıp son hacmi (V_2) okuyunuz. Hacim farkından cismin hacmini bulunuz.
4. Cisimlerin kütlelerini sırasıyla dijital terazi ile üçer defa tartarak ortalama kütleleri ($m \pm \Delta m$) hesaplayınız.
5. Tüm hesaplamalarınızı Veri Tablolarına kaydediniz.
6. Son adımda, aynı malzemeden yapılmış cisimler için "Kütle-Hacim" grafiği çizip grafiğin eğiminden malzemenin yoğunluğunu bulunuz.

Sonuçlar ve Analiz

Tablo 2.1: Boyut Ölçümleri (Örnek: Silindir / Küre)

Ölçüm Cihazı	Ölçüm 1	Ölçüm 2	Ortalama $\pm$ Hata
Cetvel (Çap/Yükseklik)			
Kumpas (Çap/Yükseklik)			
Mikrometre (Çap)			

Tablo 2.2: Hacim Ölçümleri ve Hesaplamaları (cm^3)

Cisim	Kumpas/Mikro...	V_1 (İlk)	V_2 (Son)	Sıvı Taşma Hacmi
1. Cisim				
2. Cisim				
3. Cisim				

Tablo 2.3: Kütle Ölçümleri (g)

Cisim	Dijital Terazı ($m \pm \Delta m$)	Eşit Kollu Terazı ($m \pm \Delta m$)
1. Cisim		
2. Cisim		
3. Cisim		

Yoğunluk Hesaplaması

Farklı kütle ve hacimdeki (aynı malzemeden yapılmış) cisimlerin değerlerini kullanarak milimetrik kağıda y-ekseni **Kütle (g)**, x-ekseni **Hacim (cm^3)** olacak şekilde bir grafik çiziniz.

- Çizdiğiniz "En İyi Doğru"nun eğimi (m_b) =
- **Cismin Deneysel Yoğunluğu** ($d \pm \Delta d$) = $\pm$ g/cm³

DENEY III

Tek Boyutta Hareket

Amaç

Üzerine net bir kuvvet etki etmeyen cismin düzgün doğrusal hareketinin incelenmesi ve sabit bir kuvvet etkisi altındaki sabit ivmeli hareketin incelenmesi. Her iki hareket türünde de hızların ölçülmesi ve hareket türlerinin karşılaştırılması.

Deney malzemeleri

- Hava masası
- Milimetre ölçekli cetvel
- Milimetrik grafik kâğıdı
- Bloklar

Teorik Bilgi

1. Newton Mekaniği ve Eylemsizlik:

Klasik mekaniğin matematiksel temelini oluşturan Newton'un hareket yasaları, makroskopik cisimlerin hareketini ve etkileşimlerini şu üç temel ilke ile formüle eder:

$$1. \quad \Sigma \vec{F} = 0 \implies \vec{v} = sbt$$

$$2. \quad \Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$3. \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Bu ilkelerden *Eylemsizlik Yasası* olarak bilinen birinci yasa, bir cisme etki eden net kuvvet sıfır olduğunda cismin hız vektörünün sabit kalacağını ifade eder. İkinci yasa olan *Dinamiğin Temel Yasası*, net kuvvetin cismin çizgisel momentumunun zamana göre değişimine eşit olduğunu söyler ve eğer sistemdeki kütle sabit ise bu formül $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ya indirgenir. Üçüncü yasa olan *Etki-Tepki Yasası* ise etkileşen iki cisim arasındaki kuvvetlerin daima eşit büyüklükte ve zıt yönde olduğunu belirtir.

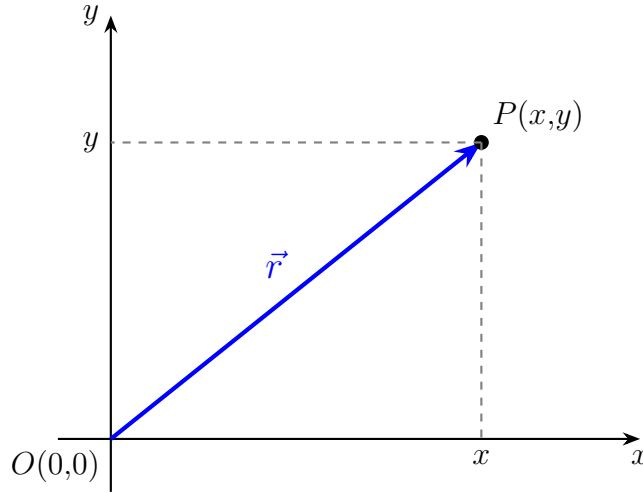
Newton'un hareket yasalarının en önemli özelliği, yalnızca "eylemsiz koordinat sistemlerinde (referans çerçevelerinde)" geçerli olmalarıdır. Birbirlerine göre ivmesiz, yani sabit hızla hareket eden bu sistemlerin varlığı bizzat birinci yasa tarafından tanımlanır. Matematiksel açıdan bakıldığında birinci yasa, ikinci yasadaki net kuvvetin sıfır olduğu özel bir durum olarak ($\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \implies \vec{p} = \text{sbt} \implies \vec{v} = \text{sbt}$) kolaylıkla türetilebilir. Ancak birinci yasanın ikinci yasanın doğal bir sonucu mu olduğu, yoksa diğer yasaların üzerinde tanımlanabileceği eylemsiz uzayı kuran bağımsız bir postüla mı olduğu konusu bugün bile tartışılan felsefi bir probleme dönüşmüştür.

Birinci yasaya göre, net kuvvetin sıfır olduğu bir ortamda hız vektörü ($\vec{v}$) sabittir. Hız vektörel bir nicelik olduğundan "sabit" olması, hem büyüklüğünün hem de yönünün zamanla asla değişmemesi anlamına gelir. Bu duruma cismin durgun olması, yani $\vec{v} = \vec{0}$ (sıfır vektörü) durumu da dâhildir; cisim duruyorsa sonsuza dek durmaya devam eder. Eğer cisim sıfırdan farklı bir ilk hıza sahipse, net kuvvetin sıfır olduğu bu uzayda **Düzgün Doğrusal Hareket** yapar. Buradaki "**düzgün**" ifadesi, cismin süratinin zamanla değişmediğini (eşit zaman aralıklarında eşit yollar aldığını); "**doğrusal**" ifadesi ise hareket yönünün hiçbir şekilde sapmadığını ve cismin kusursuz bir doğru boyunca sonsuza dek ilerleyeceğini vurgular.

Deneylerde kullanacağımız kinematik analizleri yaparken Newton mekaniğinin bize sunduğu güçlü bir teoremden (kütle merkezi teoremi) faydalanırız. Bu teoreme göre; geniş hacimli rijit cisimlerin tüm kütlelerinin, yalnızca kütle merkezlerine sıkıştırılmış bir "nokta parçacık" gibi kabul edilmesi durumunda öteleme dinamiğine ait hareket denklemleri kesinlikle değişmez. Bu nedenle laboratuvardaki deneylerimizde, hava masası disklerinin hareketlerini incelerken geometrik hacimlerini göz ardı edip onları birer nokta parçacık olarak modelleyeceğiz.

2. Kinematik Kavramlar ve Denklemlerin Türetilmesi:

Newton mekaniğinde parçacıkların uzaydaki konumlarını tanımlamak için çeşitli koordinat sistemleri (küresel, silindirik vb.) kullanılabilse de, biz bu laboratuvar kapsamında yalnızca birbirine dik eksenlerden oluşan Kartezyen koordinat sistemi ile ilgileneceğiz. Bu sistemde bir parçacığın anlık konumu, başlangıç noktası orijin (O) olan ve parçacığın bulunduğu noktaya (P) uzanan bir $\vec{r}$ konum vektörü ile tanımlanır.



Şekil 3.1: Kartezyen koordinat sisteminde bir P noktasının $\vec{r}$ konum vektörü ile gösterimi

Belirli bir $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığındaki konum değişimi yer değiştirme ($\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$) olarak adlandırılır. Bu zaman aralığında gerçekleşen **ortalama hız** ($\vec{v}_{\text{ort}}$), yer değiştirmenin geçen süreye oranıdır:

$$\vec{v}_{\text{ort}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (3.1)$$

Zaman aralığı sıfıra yaklaşırken ($\Delta t \rightarrow 0$) ortalama hızın limit değeri, cismin o andaki hızını, yani **ani (anlık) hızı** verir. Matematiksel olarak bu, konum vektörünün zamana göre birinci türevidir. Benzer şekilde **ani ivme** de hız vektörünün zamana göre birinci, konumun ise ikinci türevidir:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{ve} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (3.2)$$

Sadece tek boyutta (x -ekseni) çalıştığımızı varsayarsak, vektör notasyonunu sadeleştirerek diferansiyel denklemlerden integral yoluyla temel kinematik bağıntıları aşağıdaki gibi türetebiliriz:

Sabit Hızlı Hareket ($a = 0$): Hız sabit olduğundan $v = \frac{dx}{dt} \implies dx = vdt$. Her iki tarafın integrali alınır:

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt \implies x(t) = x_0 + vt \quad (3.3)$$

Sabit İvmeli Hareket ($a = \text{sbt}$): İvme sabit olduğundan $a = \frac{dv}{dt} \implies dv = a dt$. İntegral alındığında hız denklemi:

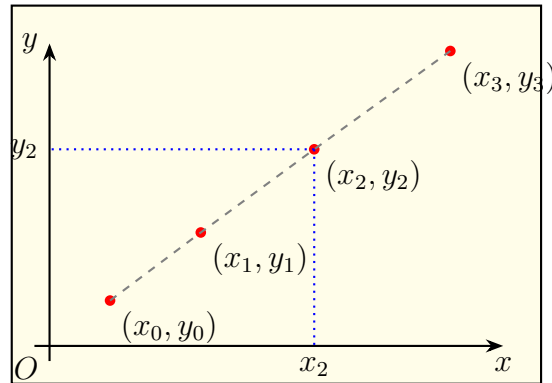
$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt \implies v(t) = v_0 + at \quad (3.4)$$

Hızın bu denklemi $v = \frac{dx}{dt}$ olarak yazılıp konum için tekrar integral alınır, hareket denklemi elde edilir:

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt \implies x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (3.5)$$

3. Veri Noktaları ve Koordinatlar:

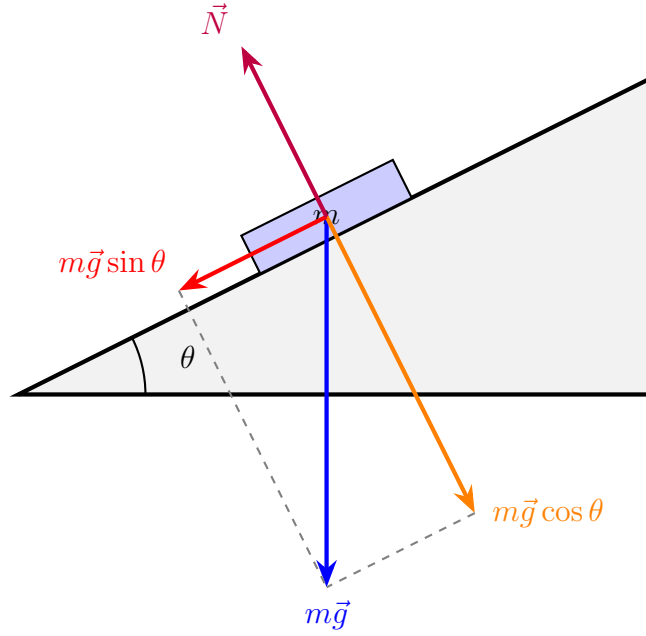
Hava masasında kıvılcım jeneratörü (spark timer) ile veri kağıdı üzerine bırakılan ardışık noktalar, hareketin zamana bağlı profilini çıkarır. Bu kağıt üzerindeki her bir noktaya Kartezyen düzlemde bir koordinat atanabilir. Örneğin, deneyin başlangıç noktasına (x_0, y_0) , bir sonrakine (x_1, y_1) denilerek disk hareketinin haritası grafik üzerine net biçimde aktarılır ve ardışık iki nokta arasındaki mesafe cetvelle doğrudan ölçülebilir.



Şekil 3.2: Deney kağıdı üzerindeki ardışık kıvılcım izlerinin Kartezyen koordinat sistemindeki örnek gösterimi.

4. Eğimli Hava Masasında Sabit İvmeli Hareket:

Sürtünmesiz eğik düzlem formu oluşması için arka tarafı yükseltilmiş bir hava masası düşünün. Hava masası θ açısıyla eğildiğinde, disk üzerine hareket eksenini boyunca etki eden yegane kuvvet, yerçekimi kuvvetinin eğik düzleme paralel olan $mg \sin \theta$ bileşenidir.



Şekil 3.3: Eğik hava masası üzerindeki diske etki eden kuvvetler ve kütleçekim vektörünün bileşenleri.

Newton'un ikinci yasası ($\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$) gereği:

$$mg \sin \theta = ma \quad \implies \quad a = g \sin \theta \quad (3.6)$$

Burada yerçekimi ivmesi (g) ve eğim açısı (θ) sabit olduğundan, disk **sabit ivmeli** bir hareket yapacaktır ve hareketi (ilk hızsız bırakıldığında) $x(t) = \frac{1}{2}at^2$ kinematik denklemi ile özetlenecektir.

Deneyin Yapılışı

Sabit Hızlı Düzgün Doğrusal Hareket

1. Hava masası ile ilgili yazılmış olan bilgileri takip ederek hava masasının seviyesini düzeltin.
2. Öncelikle karbon kağıdını daha sonra veri kağıdını hava masasının cam plakasının üzerine yerleştirin.
3. Disklerden bir tanesini hava masasının bir köşesine altına katlanmış bir kağıt koyarak sabitleyin. Bu deneyde sadece bir tane disk kullanılacaktır.
4. Kıvılcım jeneratörü frekansını 20 Hz değerine ayarlayın.
5. Hava pedalına basın ve hava masası yüzeyinde diskin bir köşeden diğer köşeye kadar gitmesi için diski itin. Kıvılcım pedalına basarak aynı anda diski serbest bırakın. Diski hava masasının bir köşesinden diğer bir köşesine kadar gitmesine izin verin ve daha sonrada ayağınızı çekerek pedallara basmayı bırakın ve Kıvılcım jeneratörünü kapalı konuma getirin.
6. Hava masasın üzerinden veri kağıdını kaldırın. Noktaları 0, 1, 2, ... şeklinde numaralandırın. İlk nokta 0 noktasından, 5 noktasına kadar olan uzaklıkların ölçülerini alarak, bu noktalara karşılık gelen zamanları bulup kayıt edin. Δx ve Δt ölçüm hatalarını da hesaplamalarınıza dahil edin.

Sabit İvmeli Hareket

1. Diski eğik durumdaki hava masasının tepesine koyun. Sadece hava pedalına basarak diskin düzlemden serbest olarak aşağıya doğru kaydığını kontrol edin. Kıvılcım jeneratörü frekansını 20 Hz'e ayarlayın (eğer $f=20$ Hz ile alınan noktalar analiz için uygun değilse frekansı 10 Hz'e getirebilirsiniz). Diski eğik düzlemin üst noktasına koyun. Disk en alta gelince her iki pedala da basmayı bırakın ve kıvılcım jeneratörünü kapatın.
2. Hava masasındaki veri kağıdını alın ve üzerinde oluşan noktaları kontrol edin. Diskin kat ettiği yolu pozitif x-ekseni olarak alın. Veri noktalarını; ilk noktadan başlayarak 0, 1, 2,...5 şeklinde numaralandırın. İlk noktayı $x=0$ ve $t=0$ olarak diğer dört noktanın 0 noktasına olan uzaklıklarını ölçün. Bir de bu noktaların t zamanlarını belirleyin.
3. Bulduğunuz verileri kullanarak t^2 'ye karşı $2x$ 'in grafiğini çizin ve diskin ivmesini ($a \pm \Delta a$) bulun.

Sonuçlar ve Analiz

Tablo 3.1: Sabit Hızlı Düzgün Doğrusal Hareket *Kılcım jeneratörü frekansı $f = \dots\dots Hz$. Zaman aralığı $\Delta t = \dots\dots s$.*

Nokta	Zaman t (s)	Konum x (cm)	Ortalama Hız v (cm/s)
0	0	0	-
1			
2			
3			
4			
5			

Çizilen $x - t$ grafiğinin eğimi (Deneysel Hız) = $\dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots$ cm/s

Tablo 3.2: Sabit İvmeli Hareket *Eğim açısı $\theta = \dots\dots^\circ$. Kılcım jeneratörü frekansı $f = \dots\dots Hz$. $\Delta t = \dots\dots s$.*

Nokta	Zaman t (s)	Konum x (cm)	Zamanın Karesi t^2 (s ²)
0	0	0	0
1			
2			
3			
4			
5			

Çizilen $x - t^2$ grafiğinin eğimi (R) = $\dots\dots\dots$ cm/s²

Deneysel İvme ($a_{\text{deneyssel}} = 2R$) = $\dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots$ cm/s²

Teorik İvme ($a_{\text{teorik}} = g \sin \theta$) = $\dots\dots\dots$ cm/s²

Yüzde Hata = $\dots\dots\dots\%$

DENEY IV

Yatay Atış Hareketi

Amaç

Eğimli hava masası üzerinde yatay olarak fırlatılan bir diskin iki boyutlu hareketinin incelenmesi, yatay ve düşey eksenlerdeki hareketlerin birbirinden bağımsız olduğunun gösterilmesi ve yörünge denkleminin elde edilmesi.

Deney malzemeleri

- Hava masası Deney Seti
- Disk fırlatıcı (yaylı fırlatma aparatı)
- Metal disk
- Yükseltici blok (eğik düzlem için)
- Açölçer
- Cetvel

Teorik Bilgi

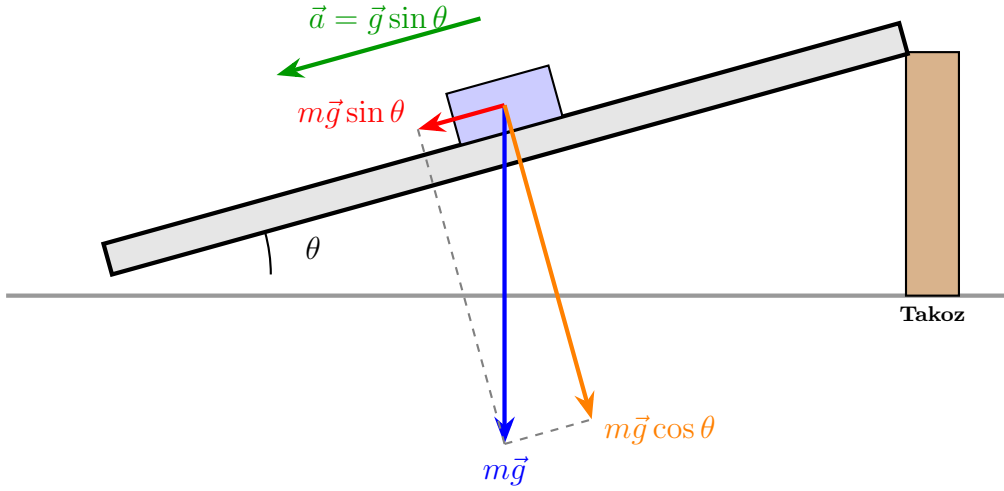
Not: Bu bölümdeki tüm şemalarda ve kinematik bağıntılarda, referans sistemi olarak yatay hareket doğrultusu $+x$, eğik düzlem üzerinde aşağı yön ise pozitif y eksenini $(+y)$ olarak kabul edilmiştir.

1. İki Boyutlu Hareketin Bağımsızlığı:

Yatay atış hareketi, yerçekimi (veya sistemdeki sabit ivme) etkisinde gerçekleşen iki boyutlu bir harekettir. Klasik mekanik'in temel ilkelerinden biri olan *hareketlerin bağımsızlığı* ilkesine göre; birbirine dik iki ekseninde gerçekleşen hareketler birbirini etkilemez ve tamamen ayrı ayrı incelenebilir.

Sürtünmesiz bir eğik düzlem (arka tarafı θ açısıyla yükseltilmiş hava masası) düşünelim. Hava masası yatayla θ açısı yapacak şekilde eğildiğinde, yerçekimi ivmesinin ($\vec{g}$) masanın yüzeyine paralel olan bileşeni $\vec{g}\sin\theta$ sistemin hareket eksenindeki ivmesini oluşturur.

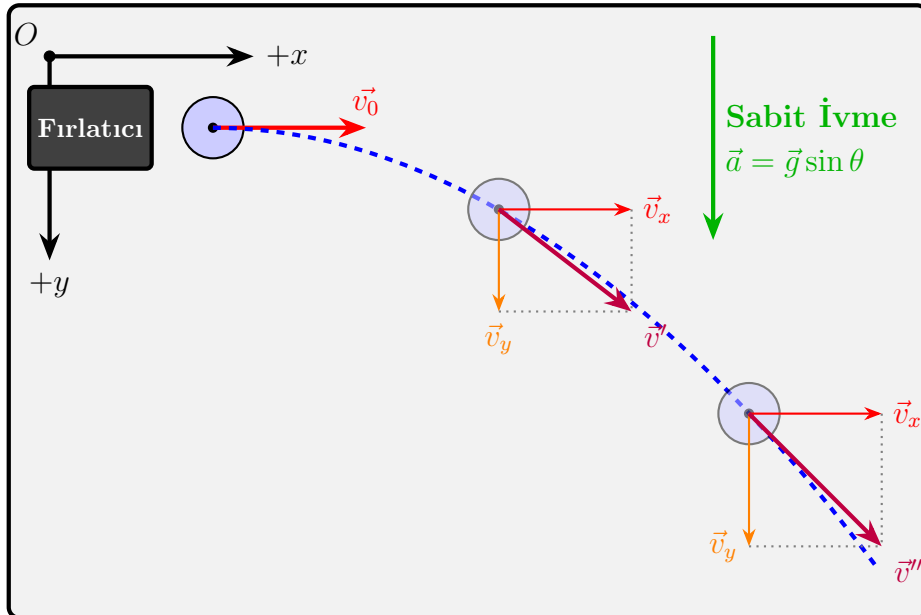
Hava Masası (Yandan Görünüm)



Şekil 4.1: Arka ayağı yükseltilerek eğimli hale getirilmiş hava masasının profilden (yandan) görünümü. Sistemi aşağı yönde harekete geçiren net kuvvet yerçekimi kuvvetinin $m\vec{g} \sin \theta$ bileşenidir.

Bu eğimli hava masası üzerinde, disk fırlatıcı kullanılarak yatay (x) ekseninde bir $\vec{v}$ ilk hızıyla fırlatılan diski incelediğimizde; sistemde diske etki eden $\vec{a} = \vec{g} \sin \theta$ ivmesi, fırlatma eksenine dik olan (y) ekseninde ve aşağıya doğru etki eder. Fırlatmanın yapıldığı yatay (x) ekseninde ise hiçbir ivme yoktur.

Eğimli Hava Masası (Üstten Görünüm)



Şekil 4.2: Eğimli hava masası üzerinde yatay fırlatılan diskin izlediği parabolik yörüngesinin üstten görünümü. Belirlenen referans sisteminde ivmesiz yatay hız ($\vec{v}_x$) sabit kalırken, düşey hız ($\vec{v}_y$) sabit $\vec{a}$ ivmesiyle sürekli artar.

2. Kinematik Denklemler ve Yörünge:

x -ekseninde net kuvvet sıfır olduğundan ivme de sıfırdır ($a_x = 0$). Disk yatayda sabit hızlı düzgün doğrusal hareket yapar:

$$v_x = v_0 = \text{sabit} \quad \Rightarrow \quad x(t) = v_0 \cdot t \quad (4.1)$$

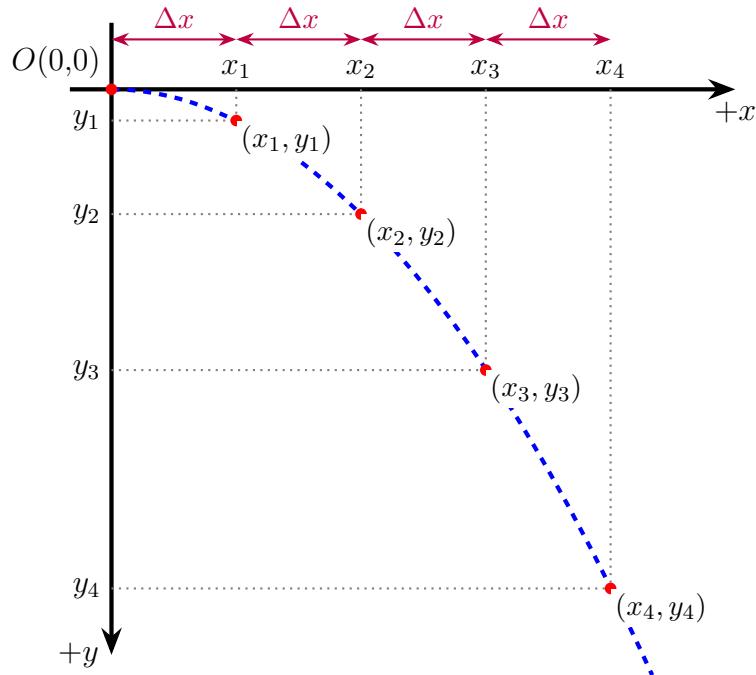
y -ekseninde ise disk, $\vec{a} = \vec{g} \sin \theta$ sabit ivmesiyle durağan halden (ilk hızsız) harekete başlar ($v_{0y} = 0$). Aşağı yön $+y$ alındığı için düşey ekseninde pozitif yönde düzgün hızlanan hareket yapar:

$$v_y(t) = a \cdot t \quad \Rightarrow \quad y(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (4.2)$$

Zaman parametresini (t) x -ekseni denkleminde $t = x/v$, y -ekseni denkleminde yerine yazdığımızda yörüngeyi geometrik denklemini elde ederiz:

$$y(x) = \left(\frac{a}{2v_0^2} \right) x^2 \quad (4.3)$$

Parantez içindeki ifade sabit bir sayı olduğundan, bu denklem $y = kx^2$ formunda bir **parabol** denklemdir. Bu durum, atış hareketlerindeki yörüngeyi neden her zaman parabolik olduğunu matematiksel olarak kanıtlar.



Şekil 4.3: Deney kağıdı üzerindeki noktaların Kartezyen koordinat sistemine aktarılması. Yataydaki izdüşümler arası mesafe (Δx) sabitken, düşeydeki $+y$ yönlü izdüşümler ivmelenmeden dolayı giderek artar.

Deneyin Yapılışı

1. Hava masasını yatayda hizaladıktan sonra arka ayağının altına yükseltici blok koyarak bir eğim verin (tam açığı açıölçer ile belirleyip not edin).
2. Deney kağıdını ve karbon kağıdını masanın üzerine yerleştirin.
3. Disk fırlatıcıyı hava masasının **üst sol veya üst sağ köşesine** monte edin. Fırlatıcının atış yönünü, hava masasının üst kenarına tam paralel (yatay) olacak şekilde $\alpha = 0^\circ$ olarak ayarlayın.
4. Hava pedalına basarak fırlatıcının yay gerginliğini test edin. Diskin masanın karşı (çapraz) alt köşesine doğru düzgün bir parabol çizdiğinden emin olana kadar yay gerginliğini ayarlayın.
5. Kıvılcım jeneratörünü $f = 10\text{Hz}$ frekansına ayarlayın (noktalar arası $\Delta t = 0,1\text{s}$).
6. Hem hava pedalı hem de kıvılcım pedalına aynı anda basarak diski fırlatın. Disk alt kenara ulaştığında pedallardan ayağınızı çekin ve kıvılcım jeneratörünü kapatın.
7. Deney kağıdını alın. Başlangıç noktasını orijinal $O(0,0)$ olarak kabul edip x ve y eksenlerini cetvelle çizin (Düşey eksen aşağı doğru pozitif $+y$ alın).
8. Seçtiğiniz belirgin noktaları numaralandırın (0, 1, 2...). Her bir noktanın x ve y koordinatlarını ölçerek **Tablo 4.1**'e kaydedin.

Sonuçlar ve Analiz

Tablo 4.1: Konum ve Zaman Ölçümleri

Zaman değerlerini $t = n \times \Delta t$ formülüyle hesaplayıp tablodaki yerlerine yazınız.

Nokta	Zaman t (s)	Yatay Konum x (cm)	Düşey Konum y (cm)	Zamanın Karesi t^2 (s ²)
0	0	0	0	0
1				
2				
3				
4				
5				

Grafiksel Analiz:

Yatay Eksen Analizi (v_{0x} 'in bulunması): Tablo 4.1'deki verileri kullanarak bir $x - t$ grafiği çizin. Grafiğin doğrusal olduğunu gözlemleyin. Çizdiğiniz en uygun doğrunun eğimi size yatay fırlatma hızını (v_{0x}) verecektir.

Düşey Eksen Analizi (a 'nın bulunması): Tablo 4.1'deki verileri kullanarak bir $y - t^2$ grafiği çizin. Çizdiğiniz doğrunun eğimi ($R = y/t^2$) size $\frac{1}{2}a$ değerini verecektir. Buradan sistemin deneysel düşey ivmesini hesaplayın ($a_{\text{deneysel}} = 2R$).

Tablo 4.2: Yatay Atış Deneyi Sonuç Tablosu

Eğim açısı (θ)	°
Yatay Atış Hızı ($x - t$ grafiğinin eğimi = v_{0x})	 cm/s
$y - t^2$ Grafiğinin Eğimi (R)	 cm/s ²
Deneysel Düşey İvme ($a_{\text{deneysel}} = 2R$)	 cm/s ²
Teorik Düşey İvme ($a_{\text{teorik}} = g \sin \theta$)	 cm/s ²
İvme İçin Yüzdelik Hata (%)	%

DENEY V

Atwood Makinesi

Amaç

Newton'un ikinci hareket yasasının incelenmesi ve bir sisteme etki eden net kuvvet ile sistemin kütlesinin ivme üzerindeki etkisinin laboratuvar ortamında gözlemlenmesi.

Deney malzemeleri

- Hava masası
- Makara seti
- Metal diskler (kütleler)
- Yükseltici blok

Teorik Bilgi

1. Atwood Makinesi Genel Prensibi:

Atwood makinesi, 1784 yılında İngiliz fizikçi ve matematikçi George Atwood tarafından icat edilmiştir. O dönemde serbest düşen bir cismin hareketini dönemin mekanik saatleri ile incelemek neredeyse imkansızdı (kütleçekim ivmesi $\vec{g}$ ile serbest düşme yapan bir cisim ilk saniyede yaklaşık 4,9 metre yol alacaktır). George Atwood, sistemin ivmesini kütle çekim ivmesine göre çok daha küçük değerlere düşürerek bu probleme bir çözüm buldu; bu yöntem sayesinde hareket yavaşlatılarak Newton'un hareket yasaları laboratuvar ortamında rahatça incelenebilir hale gelmiştir.

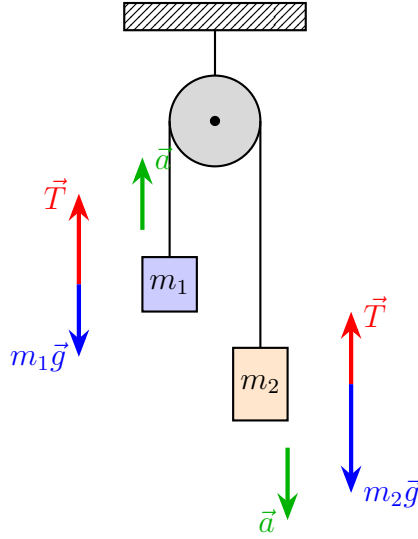
Makinenin temel çalışma prensibi, iki farklı kütlenin sürtünmesiz bir makara üzerinden ip ile birbirlerine bağlanmasına dayanır. Atwood, sistemdeki sürtünmeyi en aza indirerek yalnızca kütlelerin ve kütleçekimin etkili olduğu izole bir deney ortamı yaratmıştır. Bu tasarımın asıl önemi, harekete neden olan "net kuvvet" ($\Sigma \vec{F}$) ile ivmelenmeye direnen "toplam kütleyi" birbirinden net bir şekilde ayırmasıdır.

Sistemi harekete geçiren net kuvvetin büyüklüğü, kütlelerin ağırlıkları arasındaki farktan ($m_2g - m_1g$) kaynaklanır. Öte yandan bu kuvvetin ivmelendirmek zorunda olduğu toplam madde miktarı ise kütlelerin toplamına ($m_1 + m_2$) eşittir. Bu ayırım, Newton'un

ikinci yasanın laboratuvarındaki en iyi gösterimlerinden biridir ve sistemin ivme büyüklüğü şu genel denklem ile ifade edilir:

$$a = |\vec{a}| = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \quad (5.1)$$

Bu denklem sayesinde kütleler arasındaki oranlar değiştirilerek sistemin ivmesi istenilen ölçüde küçültülebilir ve böylece hareket adım adım ölçülebilir.



Şekil 5.1: Standart Atwood Makinesi ve Kuvvet Vektörleri ($m_2 > m_1$)

Newton'un ikinci hareket yasası sistemdeki kütle sabit olduğunda vektörel formda $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ şeklindedir. Sistemdeki her iki kütle için serbest cisim diyagramı üzerinden vektörel eşitlikleri ayrı ayrı yazarsak:

$$\Sigma \vec{F}_1 = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a}_1 \quad (5.2)$$

$$\Sigma \vec{F}_2 = \vec{T}_2 + m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}_2 \quad (5.3)$$

İdeal bir ipte gerilme vektörlerinin büyüklükleri eşittir ($|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$). Kütleler aynı iple bağlı olduğundan ivme vektörlerinin yönleri zıt olsa da büyüklükleri aynıdır ($|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$). Hareket yönü doğrultusu pozitif alınarak denklemler skaler forma indirgenildiğinde şu hali alır:

$$T - m_1 g = m_1 a \quad (5.4)$$

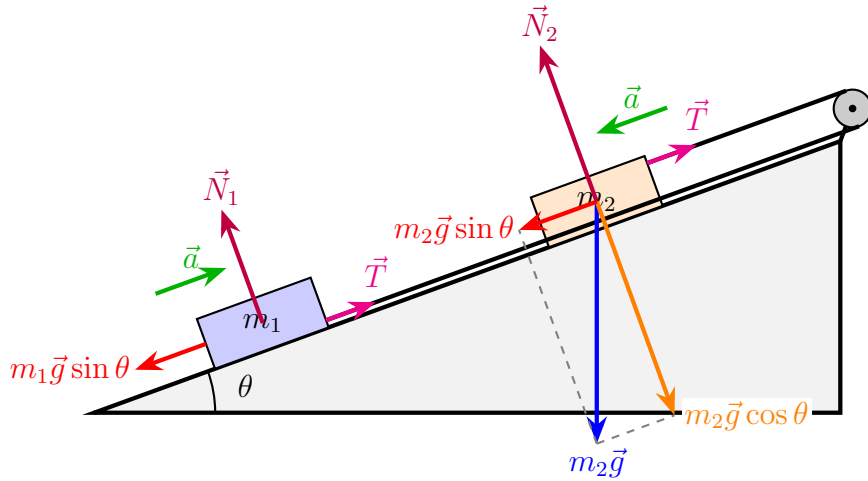
$$m_2 g - T = m_2 a \quad (5.5)$$

Bu iki denklem taraf tarafa toplanarak ip gerilmeleri (T) yok edildiğinde, sistemin ivmesi George Atwood'un da bulduğu haliyle aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$a = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \quad (5.6)$$

2. Eğik Düzlemlili Atwood Makinesi:

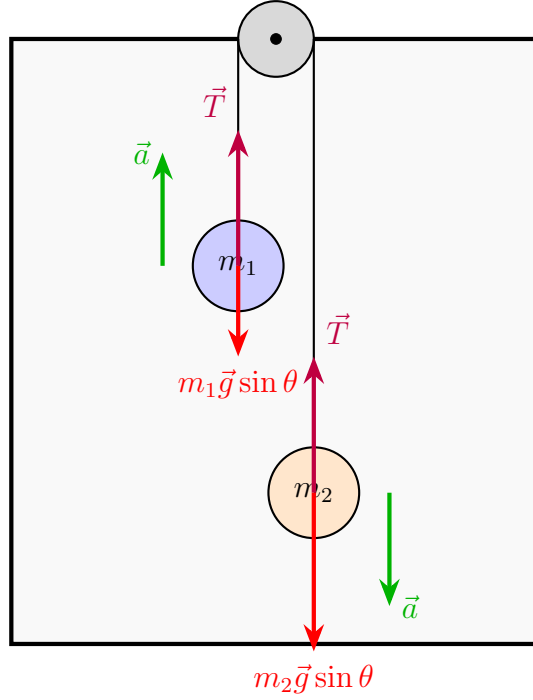
Hava masası deney düzeneğinde, θ açısı ile eğimli hale getirilmiş sürtünmesiz bir yüzey üzerinde, tepeye yerleştirilmiş makaralardan geçirilen bir iple birbirine bağlı iki metal disk kullanılır. Bu kurguda standart Atwood makinesinden tek fark, sistemi harekete geçiren kuvvetin yerçekimi vektörünün tamamı ($m\vec{g}$) değil, **eğik düzleme paralel olan $m\vec{g} \sin \theta$** bileşenidir.



Şekil 5.2: Eğik düzlemlili hava masasında Atwood makinesinin profilden görünüşü. Sağ taraftaki m_2 kütlesi daha ağır olduğu için sistem aşağı/sola doğru ivmelenmektedir.

Eğik düzlem üzerindeki hareket eksenine (masanın yüzeyine) dik olan normal kuvveti ($\vec{N}$) ile $m\vec{g} \cos \theta$ bileşeni birbirini dengeler. Hareketi oluşturan yegane kuvvetler, hava masasının yüzey düzleminde kalan ip gerilmesi ($\vec{T}$) ve düzleme paralel yerçekimi bileşenidir ($m\vec{g} \sin \theta$).

Bu durumu daha iyi analiz edebilmek için sistemi eğik düzleme dik bir açıdan, **tam üstten (kuşbakışı)** incelememiz gerekir:



Şekil 5.3: Hareket düzlemindeki vektörel kuvvet analizi ($m_2 > m_1$)

Vektörel analiz tamamlandıktan sonra, Newton'un ikinci yasası ($\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$) hareket doğrultusu üzerinde skaler bileşenlerle ifade edilir:

$$m_2 g \sin \theta - T = m_2 a \quad (5.7)$$

$$T - m_1 g \sin \theta = m_1 a \quad (5.8)$$

Eşitlikler taraf tarafa toplanıp çözüldüğünde ivme ve ip gerilmesinin büyüklükleri elde edilir:

$$a = g \sin \theta \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) \quad (5.9)$$

$$T = g \sin \theta \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) \quad (5.10)$$

Hareketin Kinematiki:

K t le ekim etkisi ile hareket eksenini üzerinde ivmelenererek hareket eden bir cismin skaler kinematik denklemi:

$$y_s = y_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (5.11)$$

ile verilir. Kurdu umuz sistem üzerinde hareketi sağlayan net kuvvet sabit olduğundan disklerin ivmesi de sabittir. Diskler harekete durağan durumdan ba ladı ı için ilk konum $y_i = 0$ ve ilk s rat $v_i = 0$ olarak kabul edilir. Bu durumda denklem  u hali alır:

$$y_s = \frac{1}{2} a t^2 \quad \implies \quad a = \frac{2y_s}{t^2} \quad (5.12)$$

 yme sabit olduğundan, deneyden elde edilen verilerle çizilecek $y_s - t^2$ grafiği orijinden geçen doğrusal bir grafik olmalıdır. Bu grafiğin eğimi ($R = \frac{y_s}{t^2}$) doğrudan $\frac{1}{2}a$ değerine eşit olacaktır. Buradan sistemin deneysel ivmesi $a_{\text{deneysel}} = 2R$ formülü ile bulunur.

Deneyin Yapılışı

1. İlk olarak hava masasını yatayda tamamen hizalayın. Ardından masanın arka ayağının altına yükseltici blok koyarak eğimli konuma getirin (Eğim açısını bir açıölçer yardımıyla teyit edin).
2. Sistemin ivmelenebilmesi için hava masasının disklerinden birine ek kütle takın ve bu daha ağır olan disk m_2 , diğer disk m_1 olarak kaydedin. Kütleleri hassas terazi ile ölçüp not edin.
3. Hava masasının üst kenarına makara setini takın. İpi her iki makaranın üzerinden geçecek şekilde yerleştirin ve uçlarına m_1 ile m_2 kütlelerini bağlayın.
4. Kıvılcım jeneratörü frekansını $f = 10\text{Hz}$ olarak ayarlayın.
5. Ağır kütle (m_2) masanın üst kısmında, hafif kütle (m_1) ise masanın alt kısmında tutun. Hava pedalına ve kıvılcım pedalına aynı anda basarak sistemi serbest bırakın.
6. Ağır kütle alt kenara ulaştığında her iki pedaldan da ayağınızı çekin ve kıvılcım jeneratörünü kapatın.
7. Deney kağıdını masadan alın. Herhangi bir kütlenin ürettiği noktaları ilk noktadan (sıfır noktası) başlayarak numaralandırın.
8. Sıfır noktasına ($y_i = 0$) göre her bir noktanın son konumunu (y_s) ölçün ve zaman verileri ile birlikte **Tablo 3.1**'e kaydedin.

Sonuçlar ve Analiz

Tablo 5.1'deki verileri kullanarak bir $y_s - t^2$ grafiği çizin. Çizdiğiniz en uygun doğrunun eğimini hesaplayın ve bu eğim yardımıyla sistemin deneysel ivmesini bulun.

Tablo 5.1: Konum ve Zaman Ölçümleri

Nokta	Son Konum y_s (cm)	Zaman t (s)	Zamanın Karesi t^2 (s ²)
0	0	0	0
1			
2			
3			
4			
5			

Tablo 5.2: Atwood Makinesi Genel Sonuç Tablosu

Eğim açısı (θ)	20°
Kıvılcım jeneratörü frekansı (f)	10 Hz
Hafif disk (m_1)	 g
Ek kütleli ağır disk (m_2)	 g
Grafiğin Eğimi ($R = \frac{y_s}{t^2}$)	 cm/s ²
Deneysel İvme ($a_{\text{deneysel}} = 2R$)	 cm/s ²
Teorik (Beklenen) İvme (a_{teorik})	 cm/s ²
Yüzdelik Hata (%)	%
İpteki Gerilme Büyüklüğü (T)	 dyn

DENEY VI

Bir Yayın İncelenmesi

Amaç

Farklı kütlelerin esnek bir yaya uyguladığı kuvvetleri ölçerek Hooke Yasasını incelemek ve kullanılan yayın kuvvet sabitini (yay sabitini) belirlemek.

Deney malzemeleri

- Hava masası
- Metal diskler ve yay halkası
- Hava masası eğimi için yükseltici bloklar ve açıölçer
- Yay ve yay tutucu
- Milimetrik cetvel ve milimetrik grafik kağıdı
- Hassas terazi ve çeşitli kütleler

Teorik Bilgi

1. Hooke Yasası ve Esneklik:

Esneklik sınırları aşılmaması koşuluyla, bir yaya kuvvet uygulandığında yayda meydana gelen gerilme veya sıkışma miktarı, uygulanan kuvvet ile doğru orantılıdır. Yay, denge konumundan x kadar yer değiştirdiğinde, normal uzunluğuna geri dönmek için yer değiştirmeye ters yönde bir geri çağırıcı kuvvet uygular. Bu durum Hooke Yasası ile şu şekilde ifade edilir:

$$F_{\text{yay}} = -kx \quad (6.1)$$

Burada k yayın kuvvet sabiti (yay sabiti) olup, yayın sertliğinin bir ölçüsüdür.

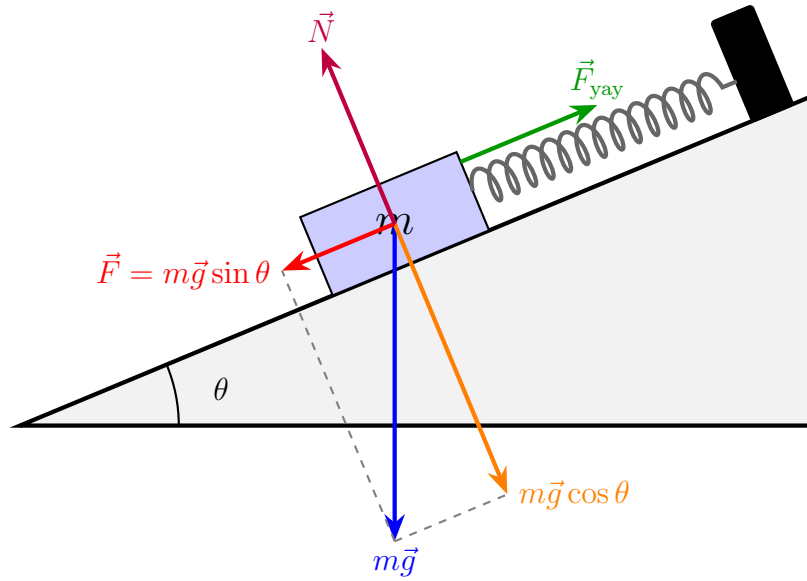
2. Eğik Düzlemde Yay Kuvveti:

Hava masası kullanılarak oluşturulan sürtünmesiz eğik düzlem sisteminde, yaya dış kuvvet uygulamak için yayın ucuna m kütleli bir metal disk asılır. Yerçekiminin etkisiyle metal disk tarafından yaya uygulanan ve eğik düzleme paralel olan dış kuvvet şu şekilde hesaplanır:

$$F = mg \sin \theta \quad (6.2)$$

Sistem dengeye ulaştığında, yayın geri çağırıcı kuvvetinin büyüklüğü, metal diskin (asılı kütle) ağırlığının eğik düzlem boyunca uyguladığı bileşene eşit olur:

$$kx = mg \sin \theta \quad (6.3)$$



Şekil 6.1: Eğimli hava masası üzerinde yaya bağlı kütle için serbest cisim diyagramı ve kuvvet analizi.

Deneyin Yapılışı

1. Hava masasını yatayda hizaladıktan sonra arka ayağının altına yükseltici blok koyarak bir eğim verin. (Tam açığı gönye/açıölçer ile belirleyip not edin).
2. Yay tutucusunu hava masasının üst kenarına sabitleyin ve yayın bir ucunu buraya asın. Bu nokta yayın sabit ucu olacaktır.
3. Yaya henüz hiçbir kütle asılı değilken, yayın serbest ucunun alt noktasına yakın bir hizayı referans noktası ($x = 0$) olarak belirleyin.
4. Kütlesi (m) gram cinsinden bilinen metal diski yay halkası kullanarak yayın serbest ucuna bağlayın.
5. Sadece hava pedalına basarak metal diskin hava yastığı üzerinde sürtünmesiz bir şekilde kaymasına izin verin. Sistem denge konumuna gelene kadar bekleyin.
6. Denge durumunda, yayın referans noktasına göre ne kadar uzadığını (x) santimetre (cm) cinsinden dikkatlice ölçün ve tabloya kaydedin.
7. Şimdi yayda asılı olan metal diskin üzerine ek kütleler ilave ederek sistemin toplam kütlesini (M) artırın.
8. Hava pedalına basarak sistemin yeni kütle ile denge konumuna gelmesini bekleyin.
9. Referans noktasına göre meydana gelen yeni uzama miktarını (x) cm cinsinden ölçüp kaydedin.
10. Bu işlemi kütleyi kademeli olarak artırarak farklı veri noktaları için tekrarlayın.

Sonuçlar ve Analiz

Eklenen her yeni kütle durumu için toplam kütle (M) gram (g) cinsinden belirleyin. Her bir toplam kütlenin yaya uyguladığı kuvveti $F = Mg \sin \theta$ formülünü kullanarak dyn cinsinden hesaplayın.

Elde ettiğiniz verileri kullanarak yatay eksen (x -ekseni) cm cinsinden yer değiştirmeyi (x), dikey eksen (y -ekseni) ise dyn cinsinden uygulanan kuvveti (F) gösterecek şekilde bir grafik çizin. Çizdiğiniz grafikteki veri noktalarına en iyi uyan ve orijinden geçen doğrusal çizgiyi çizin. Hooke Yasası gereği, çizilen bu en uygun doğrunun eğimi, yayın yay sabitini (k) verecektir. Doğrunun eğimini hesaplayarak yay sabitini dyn/cm cinsinden belirleyin ve hata hesaplarınızı yapın.

Tablo 6.1: Hooke Yasası Veri Tablosu

Eğik Düzlemin Açısı (θ):° Yerçekimi İvmesi (g): 981 cm/s²

Ölçüm	Toplam Kütle M (g)	Uygulanan Kuvvet F (dyn)	Uzama Miktarı x (cm)	Yay Sabiti k (dyn/cm)
1				
2				
3				
4				
5				

– Grafikten Elde Edilen Yay Sabiti (k): dyn/cm

DENEY VII

Çizgisel Momentumun Korunumu I

Amaç

Çizgisel Momentum ve Enerjinin Korunumu Kavramları ile iki cisimli esnek çarpışmaların incelenmesi.

Deney malzemeleri

- Hava masası
- Metal diskler
- Cetvel
- Deney kağıdı

Teorik Bilgi

Çizgisel Momentum ve Korunum Kavramı

Klasik mekanikte, kütlesi m ve hızı $\vec{v}$ olan bir parçacığın **çizgisel momentumu** (veya momentumu), bu iki niceliğin çarpımı olarak tanımlanır ve $\vec{p}$ ile gösterilir:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (7.1)$$

Hız vektörel bir nicelik olduğundan, çizgisel momentum da **vektörel** bir niceliktir.

Fizikte **korunum** kavramı, yalıtık (dış etkilere kapalı) bir fiziksel sistemin belirli bir özelliğinin (enerji, kütle, momentum vb.) zamanın akışı içinde değişmemesi anlamına gelir. Bir niceliğin korunduğunu söylemek, sistemin başlangıçtaki toplam değerinin, sistem içinde gerçekleşen olaylar (örneğin çarpışmalar veya patlamalar) sonrasındaki toplam değere tam olarak eşit olması demektir.

Momentumun Korunumunun Türetilmesi

Dış kuvvetlerden arındırılmış ve sadece kendi aralarında etkileşebilen parçacıklardan oluşan yalıtık bir sistemde, sistemin toplam çizgisel momentumu zamanın her anında aynı kalacaktır. Sistemin toplam momentumu zamanla değişmeyeceğinden:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad (7.2)$$

olacaktır. Yukarıdaki denklem direkt olarak Newton'un ikinci yasasını içerdiğinden, sisteme etki eden net bir dış kuvvet olmadığını açıkça göstermektedir.

Örneğin, iki parçacıktan oluşan bir sistem ele alalım. Bu iki parçacık birbiriyle çarpışsa dahi, sistemin toplam momentumu çarpışma öncesinde ve sonrasında sabit bir $\vec{P}$ vektörüne eşit olacaktır:

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1s} + \vec{p}_{2s} = \vec{P} \quad (7.3)$$

İki parçacıklı bu durum için Newton'un üçüncü yasasını (etki-tepki prensibi) yazarsak:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (7.4)$$

Burada $\vec{F}_{12}$, birinci parçacığa etki eden kuvveti; $\vec{F}_{21}$ ise ikinci parçacığa etki eden kuvveti temsil etmektedir. Bu eşitliği şu şekilde düzenleyebiliriz:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0 \quad (7.5)$$

Kuvvetleri, Newton'un ikinci yasasını kullanarak momentumun zamana göre türevi cinsinden yazarsak:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0 \quad (7.6)$$

Türev operatörü çizgisel bir operatör olduğundan, türevlerin toplamı toplamın türevine eşit olacaktır. Bu özelliği kullanarak denklemi yeniden düzenlediğimizde:

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0 \quad (7.7)$$

elde edilir. Burada $(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$ toplamının zamana göre türevi sıfıra eşit olduğundan, bu toplamın kendisi bir sabite eşit olmalıdır. Dolayısıyla:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{s}bt \quad (7.8)$$

Yani sistemdeki toplam çizgisel momentum sabit bir vektördür. Burada dikkat edilmesi gereken en önemli husus, elde edilen bu matematiksel ifadenin yalnızca "çarpışma öncesi" veya "çarpışma sonrası" gibi kısıtlı anları işaret etmemesidir. Bu denklem, parçacıklar arası etkileşimler devam etse dahi sistemin toplam momentumunun **tüm zamanlar boyunca** sabit bir vektöre eşit olacağını vurgular.

Tarihsel Not: Momentumun ve Enerjinin Korunumu

Momentumun korunduğu ilkesi, enerjinin korunumundan çok daha önce biliniyordu. Bunu matematiksel bir çerçeveye oturtmaya çalışanlardan biri René Descartes olmuştur. Ancak Descartes'ın mekanik analizlerinde çok kritik bir hata mevcuttu: Hızı ve dolayısıyla momentumu **vektör olarak değil, skaler bir büyüklük olarak** ele almıştı. Descartes'a göre zıt yönlerden gelip kafa kafaya çarpışan iki eşit kütleli cismin toplam hareket miktarı (momentumu) $m\vec{v} + m(-\vec{v}) = 0$ değil, salt büyüklüklerin toplamı olan $mv + mv = 2mv$ idi. Yön kavramını işin içine katmadığı için çarpışma kuralları fiziksel gerçeklikle uyumsuzuyordu.

Yönlerin (vektörel doğanın) fiziksel denklemlerde cebirsel işaretlerle (+ ve -) ifade edilmesi gerektiği fikri tek bir kişinin icadı değildir. 1668 yılında *Royal Society* (İngiliz Kraliyet Cemiyeti), çarpışma kurallarını açıklığa kavuşturmak için bir çağrı yapmış ve bunun üzerine **John Wallis**, **Christopher Wren** ve **Christiaan Huygens** birbirlerinden bağımsız makaleler sunmuşlardır. Wallis esnek olmayan çarpışmalarda, Wren ve Huygens ise esnek çarpışmalarda cisimlerin yönlerinin hesaba katılması gerektiğini matematiksel olarak ispatlamışlardır. Bu bilim insanlarının kolektif katkısı, momentumun yönlü bir nicelik olduğunu kesinleştirmiş ve Newton'un hareket yasalarının eksiksiz bir biçimde formülize edilmesine zemin hazırlamıştır.

Çarpışma Problemleri ve İki Boyutta Esnek Çarpışmalar

Çarpışma problemleri temelde **esnek (elastik)** ve **esnek olmayan (inelastik)** şeklinde iki ana sınıfa ayrılırlar. İki cisimli genel bir durumda çizgisel momentumun korunumu adına aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1s} + m_2\vec{v}_{2s} \quad (7.9)$$

Burada yer alan terimler şu şekildedir:

- m_1 ve m_2 : Sırasıyla birinci ve ikinci parçacığın kütleleri,
- $\vec{v}_{1i}$ ve $\vec{v}_{2i}$: Parçacıkların çarpışma öncesi (ilk) hız vektörleri,
- $\vec{v}_{1s}$ ve $\vec{v}_{2s}$: Parçacıkların çarpışma sonrası (son) hız vektörleridir.

Esnek çarpışmalarda toplam kinetik enerji de korunumludur. Vektörel notasyonda hızın karesi, hız vektörünün kendisiyle skaler çarpımı ($\vec{v} \cdot \vec{v}$) olarak ifade edilir. Hareket boyunca sistemin toplam kinetik enerjisi zamanla değişmez:

$$\frac{1}{2}m_1(\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{1i}) + \frac{1}{2}m_2(\vec{v}_{2i} \cdot \vec{v}_{2i}) = \frac{1}{2}m_1(\vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{1s}) + \frac{1}{2}m_2(\vec{v}_{2s} \cdot \vec{v}_{2s}) \quad (7.10)$$

Eşit Kütleli İki Diskin Esnek Çarpışması (Biri Durgun)

Eşit kütleli ($m_1 = m_2 = m$) iki diskin iki boyutlu saçılmasını vektörel düzeyde inceleyelim. İkinci disk başlangıçta durgun ($\vec{v}_{2i} = 0$) ise, Denklem 7.9 ve 7.10 kütleler sadeleştirildiğinde şu hali alır:

$$\vec{v}_{1i} = \vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s} \quad (7.11)$$

$$\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{1i} = \vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s} \cdot \vec{v}_{2s} \quad (7.12)$$

Momentum denkleminin (Denklem 7.11) her iki tarafının kendisiyle skaler çarpımını alırsak:

$$\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{1i} = (\vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s}) \cdot (\vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s}) \quad (7.13)$$

$$\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{1i} = \vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s} \cdot \vec{v}_{2s} + 2(\vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{2s}) \quad (7.14)$$

Kinetik enerji denklemini (Denklem 7.12) bu ifadede yerine yazdığımızda hızların kareleri birbirini yok eder:

$$\vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s} \cdot \vec{v}_{2s} = \vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s} \cdot \vec{v}_{2s} + 2(\vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{2s}) \quad (7.15)$$

$$2(\vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{2s}) = 0 \quad \implies \quad \vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{2s} = 0 \quad (7.16)$$

İki vektörün skaler çarpımının sıfır olması, bu vektörlerin birbirine tam olarak dik olduğunu gösterir. Yani, eşit kütleli iki cisimden biri duruyorken diğeri ona merkezi olmayan esnek bir çarpışma yaparsa, çarpışma sonrasında daima birbirlerine **90°** açı yapacak şekilde uzaklaşırlar.

Eşit Kütleli İki Diskin Esnek Çarpışması (Her İkisi de Hareketli)

Şimdi her iki diskin de başlangıçta belirli bir hıza sahip olduğu ($\vec{v}_{1i} \neq 0$ ve $\vec{v}_{2i} \neq 0$) daha genel bir iki boyutlu esnek saçılma durumunu ele alalım. Kütleler yine eşit ($m_1 = m_2 = m$) kabul edildiğinde momentum ve kinetik enerji korunum denklemleri şöyledir:

$$\vec{v}_{1i} + \vec{v}_{2i} = \vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s} \quad (7.17)$$

$$\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{1i} + \vec{v}_{2i} \cdot \vec{v}_{2i} = \vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s} \cdot \vec{v}_{2s} \quad (7.18)$$

Bir önceki ispat yöntemini takip ederek, momentum korunum denkleminin (Denklem 7.17) her iki tarafının kendisiyle skaler çarpımını alalım:

$$(\vec{v}_{1i} + \vec{v}_{2i}) \cdot (\vec{v}_{1i} + \vec{v}_{2i}) = (\vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s}) \cdot (\vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s}) \quad (7.19)$$

$$\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{1i} + \vec{v}_{2i} \cdot \vec{v}_{2i} + 2(\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{2i}) = \vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{1s} + \vec{v}_{2s} \cdot \vec{v}_{2s} + 2(\vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{2s}) \quad (7.20)$$

Kinetik enerji korunumundan elde ettiğimiz hız kareleri eşitliğini (Denklem 7.18) yukarıdaki denklemde yerine koyarsak geriye klasik mekaniğin oldukça zarif bir sonucu kalır:

$$2(\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{2i}) = 2(\vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{2s}) \quad (7.21)$$

$$\vec{v}_{1i} \cdot \vec{v}_{2i} = \vec{v}_{1s} \cdot \vec{v}_{2s} \quad (7.22)$$

Bu eşitlik, eşit kütleli iki cismin esnek çarpışmasında **ilk hız vektörlerinin skaler çarpımının, son hız vektörlerinin skaler çarpımına eşit olması gerektiğini** (skaler çarpımın bir çarpışma değişmezi olduğunu) matematiksel olarak ispatlar. Rastgele açılarla diskleri çarpıştırdığınızda hız büyüklükleri ve yönleri karmaşık bir şekilde değişse de, hava masasındaölçeceğiniz hız vektörlerinin nokta çarpımının daima sabit kalacaktır.

İki Boyutlu ($x - y$) Bileşen Analizi

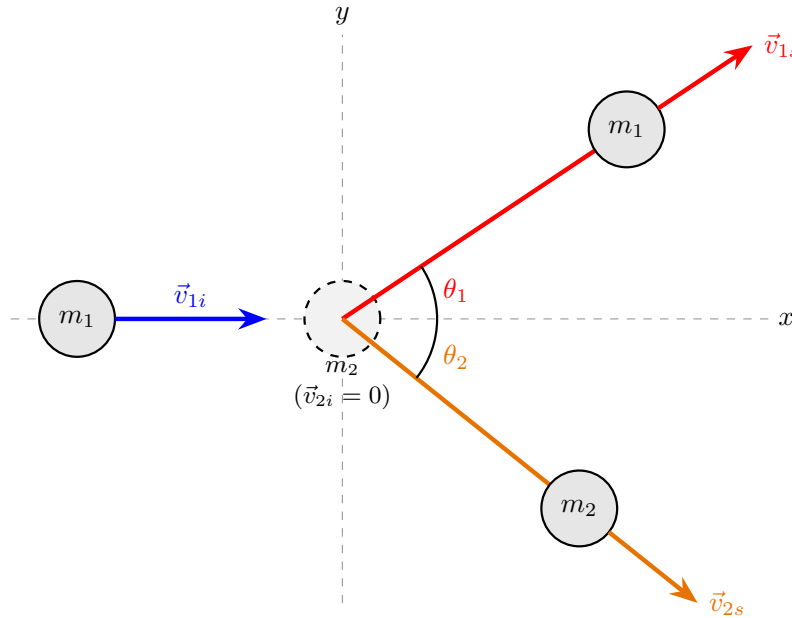
Laboratuvar ortamında hava masası üzerindeki disklerin kusursuz bir şekilde kafa kafaya (tek boyutta merkezi) çarpıştırılması pratik olarak çok zordur. Bu nedenle deneylerde genel olarak merkezi olmayan (saçılma) esnek çarpışmalar gözlemlenir ve hareket tek bir doğru üzerinde değil, iki boyutta ($x - y$ düzlemi) gerçekleşir. Analiz esnasında elde edilen izleri değerlendirirken, vektörel denklemlerin doğrudan kullanılamayacağı için momentum korunumunun Kartezyen koordinat sistemindeki skaler bileşenlerinin incelenmesi daha kullanışlı olacaktır.

Durum I: Birinci diskin başlangıçta hareketli, ikinci diskin durgun olduğu esnek çarpışma

Birinci diskin başlangıç doğrultusu x -ekseni olarak kabul edilirse, çarpışma sonrasında disklerin bu eksene göre saçılma açıları θ_1 ve θ_2 olur. Hızların büyüklükleri (v) kullanılarak momentumun dik bileşenleri şu şekilde yazılır:

$$x\text{-ekseni: } m_1 v_{1i} = m_1 v_{1s} \cos \theta_1 + m_2 v_{2s} \cos \theta_2 \quad (7.23)$$

$$y\text{-ekseni: } 0 = m_1 v_{1s} \sin \theta_1 - m_2 v_{2s} \sin \theta_2 \quad (7.24)$$



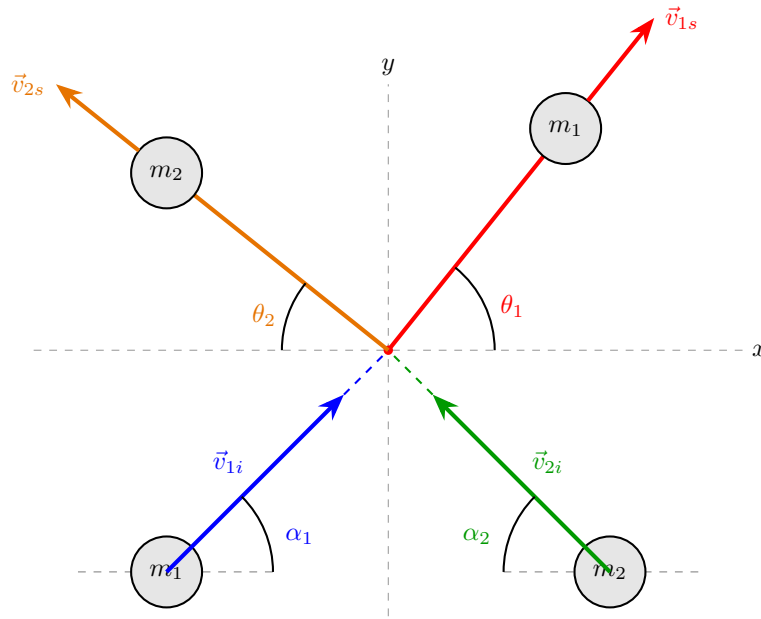
Şekil 7.1: Birinci diskin hareketli, ikinci diskin durgun olduğu iki boyutlu esnek çarpışma.

Durum II: Her iki diskin de başlangıçta hareketli olduğu esnek çarpışma

Diskler birbirlerine doğru x -eksenine göre sırasıyla α_1 ve α_2 başlangıç açılarıyla yaklaşıp, çarpışma sonrası θ_1 ve θ_2 açılarıyla saçılıyorlarsa, en genel iki boyutlu bileşen denklemleri şu şekildedir:

$$x\text{-ekseni: } m_1 v_{1i} \cos \alpha_1 - m_2 v_{2i} \cos \alpha_2 = m_1 v_{1s} \cos \theta_1 - m_2 v_{2s} \cos \theta_2 \quad (7.25)$$

$$y\text{-ekseni: } m_1 v_{1i} \sin \alpha_1 + m_2 v_{2i} \sin \alpha_2 = m_1 v_{1s} \sin \theta_1 + m_2 v_{2s} \sin \theta_2 \quad (7.26)$$



Şekil 7.2: Her iki diskin de hareketli olduğu esnek çarpışma.

Not: İşaretler ($\pm$), yörüngelerin seçilen $x - y$ eksen takımının hangi bölgesinde kaldığına (trigonometrik yönüne) bağlı olarak eksi veya artı değer alabilir.

Deneyin Yapılışı

Genel Hazırlık

1. Hava masasını, yatay düzlemde tam olarak hizalanacak şekilde ayaklarından ayarlayın.
2. Hava pedalına basarak masanın üzerine bir disk yerleştirin; diskin herhangi bir yöne kaymadan hareketsiz kalmasını (masa yüzeyinin düzgünlüğünü) kontrol edin.
3. Kıvılcım jeneratörünün frekansını 20 Hz değerine ayarlayın.

Durum I: Birinci Diskin Hareketli, İkinci Diskin Durgun Olduğu Çarpışma

1. İkinci diski hava masasının merkezine (veya analiz için uygun bir noktaya) durgun olacak şekilde yerleştirin.
2. **Sadece hava pedalına basıp**, birinci diske hafif bir ilk hız vererek (ellerinizle sürüklemeyen, serbest bırakarak) durgun diske doğru merkezi olmayan bir esnek çarpışma yapacak şekilde itin.
3. Deney kağıdı üzerinde net ve izlenebilir yörüngeler içeren tatmin edici bir çarpışma elde edinceye kadar bu atışı birkaç kez deneme amaçlı tekrarlayın.
4. Emin olduktan sonra hava pedalı ve kıvılcım pedalına aynı anda basarak diskleri çarpıştırın.
5. **Kıvılcım jeneratörünü kapatın. Deneyin bu aşaması bittiğinden pedallara kesinlikle basmayın.**

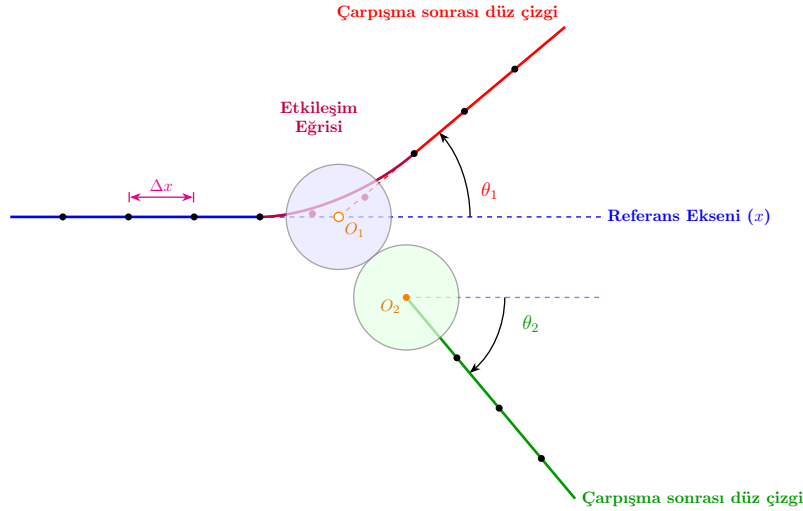
Durum II: Her İki Diskin de Hareketli Olduğu Çarpışma

1. Çalışma kağıdının diğer yüzünü çevirin.
2. İki metal diski hava masasının alt kenarına yakın iki farklı köşeye yerleştirin.
3. Diskleri, masanın ortasında birbirlerinin yörüngelerini kesecek biçimde çapraz olarak aynı anda itin.
4. Çarpışmanın simetrik ve analiz edilebilir olması için birkaç deneme yapın; ardından hava ve kıvılcım pedallarına aynı anda basarak kaydı alın.
5. **Kıvılcım jeneratörünü kapatın. Deneyin bu aşaması bittiğinden pedallara kesinlikle basmayın.**

Ölçüm Adımları

1. Çalışma kağıdını masadan dikkatlice alın.
2. Her iki metal diskin izlediği yörüngeler üzerinde oluşan noktaları başlangıçtan itibaren $0, 1, 2, 3, \dots$ şeklinde sırayla numaralandırın. Yörüngeleri "**Çarpışma Öncesi**" ve "**Çarpışma Sonrası**" olarak etiketleyin.
3. Her bir yörünge üzerinde (ivmelenmenin olmadığı doğrusal bölgelerde) ardışık aralıkların uzunluklarını (Δx) cetvel yardımıyla hassas bir şekilde ölçün.
4. Kıvılcım jeneratörünün periyodunu ($T = 1/f$) kullanarak disklerin çarpışma öncesi ve sonrası hız büyüklüklerini $v = \frac{\Delta x}{T}$ bağıntısıyla hesaplayın.
5. Açölçer yardımıyla çarpışma öncesi (α_1, α_2) ve sonrası (θ_1, θ_2) açıları belirleyin.
6. Elde ettiğiniz tüm kütle, hız ve açı değerlerini aşağıda verilen **Tablo 1** (Durum I) ve **Tablo 2** (Durum II) ilgili alanlarına işleyerek momentum ve enerji korunumlarını test edin.

İzlerin Analizi:



Şekil 7.3: Kıvılcım jeneratörü kaynaklı izlerin analizi

Yukarıdaki şema, laboratuvar ortamında elde edilen kıvılcım izlerinin nasıl analiz edileceğini ve fiziksel niceliklere nasıl dönüştürüleceğini göstermektedir. Parçacıklar hareket başlangıcında ve sonunda Newton'un birinci yasasına uyan düzgün doğrusal hareket yap-salar da, çarpışma esnasında ivmeli bir yörünge çizerler. Aynı zamanda çarpışma anı ile kıvılcım atma anı tam senkronize olmak zorunda değildir. Bu nedenle disklerin temas ettiği konumdaki gerçek çarpışma noktası, çarpışma öncesi ve sonrası düz doğruların bir-leştirilmesi ile belirlenmelidir.

Sonuçlar ve Analiz

Tablo 7.1: Durum I İçin Veri ve Hesaplama Tablosu

Nicelikler	Eşitlikler	Değerleri	Toplamları
p_{1ix}	$m_1 v_{1i}$		$P_{ix} =$
p_{2ix}	0		
p_{1iy}	0		$P_{iy} =$
p_{2iy}	0		
p_{1sx}	$m_1 v_{1s} \cos \theta_1$		$P_{sx} =$
p_{2sx}	$m_2 v_{2s} \cos \theta_2$		
p_{1sy}	$m_1 v_{1s} \sin \theta_1$		$P_{sy} =$
p_{2sy}	$-m_2 v_{2s} \sin \theta_2$		
K_{1i}	$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$		$K_i =$
K_{2i}	0		
K_{1s}	$\frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2$		$K_s =$
K_{2s}	$\frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$		

Nicelikler	Değerleri	% Fark
P_{ix}		
P_{sx}		
P_{iy}		
P_{sy}		
K_i		
K_s		

Tablo 7.2: Durum II İçin Veri ve Hesaplama Tablosu

Nicelikler	Eşitlikler	Değerleri	Toplamları
p_{1ix}	$m_1 v_{1i} \cos \alpha_1$		$P_{ix} =$
p_{2ix}	$-m_2 v_{2i} \cos \alpha_2$		
p_{1iy}	$m_1 v_{1i} \sin \alpha_1$		$P_{iy} =$
p_{2iy}	$m_2 v_{2i} \sin \alpha_2$		
p_{1sx}	$m_1 v_{1s} \cos \theta_1$		$P_{sx} =$
p_{2sx}	$-m_2 v_{2s} \cos \theta_2$		
p_{1sy}	$m_1 v_{1s} \sin \theta_1$		$P_{sy} =$
p_{2sy}	$m_2 v_{2s} \sin \theta_2$		
K_{1i}	$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$		$K_i =$
K_{2i}	$\frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$		
K_{1s}	$\frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2$		$K_s =$
K_{2s}	$\frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$		

Nicelikler	Değerleri	% Fark
P_{ix}		
P_{sx}		
P_{iy}		
P_{sy}		
K_i		
K_s		

DENEY VIII

Çizgisel Momentumun Korunumu II

Amaç

Çizgisel Momentum ve Enerjinin Korunumu Kavramları ile iki cisimli esnek olmayan çarpışmaların incelenmesi.

Deney malzemeleri

- Hava masası
- Metal diskler
- Kütleler
- Cetvel
- Cırt cırtl (velcro) bantlar
- Deney kağıdı

Teorik Bilgi

Tam Esnek Olmayan (Kenetlenerek) Çarpışmalar

Tam esnek olmayan çarpışmalarda sistemin toplam çizgisel momentumu korunurken, toplam kinetik enerjisi korunmaz. Kaybolan kinetik enerji çarpışma esnasında ısı, ses veya şekil değiştirme (deformasyon) enerjisine dönüşür. Hava masası deneylerinde bu durumu gözlemlemek için disklerin etrafına cırt cırtl (velcro) bantlar sarılır. Böylece diskler çarpıştıktan sonra birbirlerine kenetlenerek ortak bir $\vec{v}_s$ hızıyla tek bir kütle ($m_1 + m_2$) gibi hareket ederler.

Genel momentum korunum denklemi bu durum için şu hali alır:

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{v}_s \quad (8.1)$$

Laboratuvarımızda kullandığımız diskler eşit kütleli ($m_1 = m_2 = m$) olduğundan, ortak kütle $2m$ olacaktır. Kinetik enerjideki kayıp oranı ise çarpışma öncesi (K_i) ve çarpışma sonrası (K_s) toplam kinetik enerjilerin kıyaslanmasıyla bulunur.

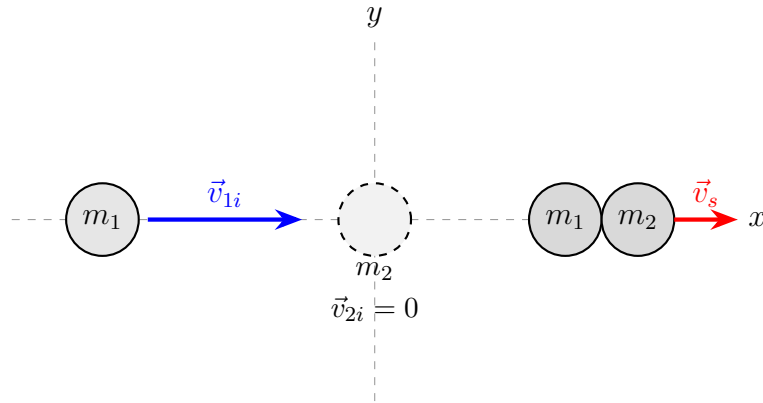
Durum I: Birinci Diskin Hareketli, İkinci Diskin Durgun Olduğu Esnek Olmayan Çarpışma

Eşit kütleli disklerden ikincisi başlangıçta durgun ($\vec{v}_{2i} = 0$) ise birinci disk x -ekseni boyunca fırlatıldığında, çarpışma sonrasında birbirine kenetlenen kütleler aynı doğrultuda hareketlerine devam ederler (sapma açısı oluşmaz).

Momentum korunumu gereği:

$$m\vec{v}_{1i} = 2m\vec{v}_s \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_s = \frac{\vec{v}_{1i}}{2} \quad (8.2)$$

Bu durumda çarpışma sonrası ortak hız, birinci diskın ilk hızının tam yarısı büyüklüğünde olmalıdır.



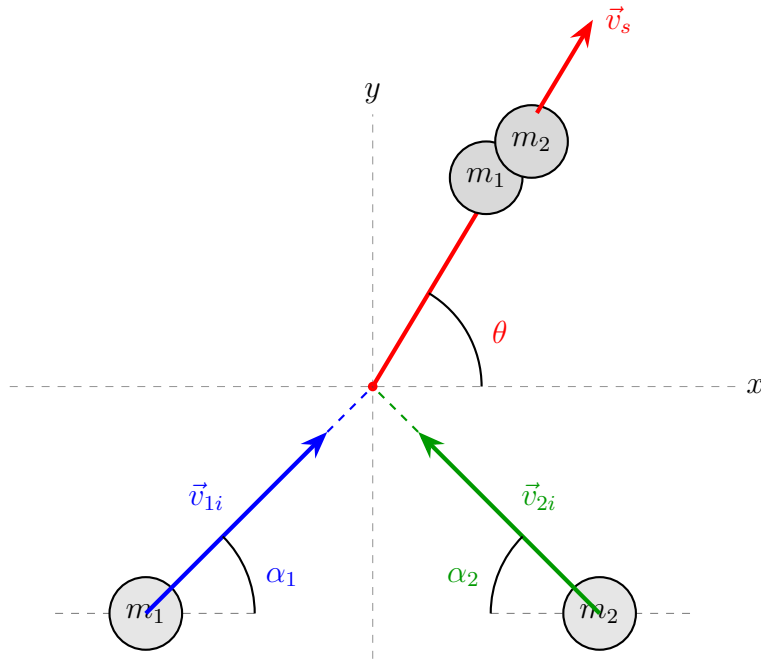
Şekil 8.1: Tam esnek olmayan çarpışma örneği: Bir diskın hareketli diğer diskın durgun olduğu durum.

Durum II: Her İki Diskin de Hareketli Olduğu Çarpışma

Eşit kütleli diskler masanın köşelerinden sırasıyla α_1 ve α_2 başlangıç açılarıyla birbirlerine doğru fırlatıldıklarında merkezde kenetlenerek θ açısıyla tek bir kütle gibi ortak $\vec{v}_s$ hızıyla hareket ederler. Momentumun Kartezyen bileşenleri şu şekildedir:

$$x\text{-ekseni: } mv_{1i} \cos \alpha_1 - mv_{2i} \cos \alpha_2 = 2mv_s \cos \theta \quad (8.3)$$

$$y\text{-ekseni: } mv_{1i} \sin \alpha_1 + mv_{2i} \sin \alpha_2 = 2mv_s \sin \theta \quad (8.4)$$



Şekil 8.2: Tam esnek olmayan çarpışma örneği: Her iki diskin de hareketli olduğu durum.

Deneyin Yapılışı

Genel Hazırlık

1. Hava masasını, yatay düzlemde tam olarak hizalanacak şekilde ayaklarından ayarlayın.
2. Hava pedalına basarak masanın üzerine bir disk yerleştirin; diskin herhangi bir yöne kaymadan hareketsiz kalmasını (masa yüzeyinin düzgünlüğünü) kontrol edin.
3. Kıvılcım jeneratörünün frekansını 20 Hz değerine ayarlayın.
4. Bu kez metal disklerin etrafını velcro bantlar ile sarın.

Durum I: Birinci Diskin Hareketli, İkinci Diskin Durgun Olduğu Çarpışma

1. İkinci disk hava masasının merkezine (veya analiz için uygun bir noktaya) durgun olacak şekilde yerleştirin.
2. **Sadece hava pedalına basıp**, birinci diske hafif bir ilk hız vererek (ellerinizle sürüklemekten, serbest bırakarak) durgun diske doğru merkezi olmayan bir esnek çarpışma yapacak şekilde itin.
3. Deney kağıdı üzerinde net ve izlenebilir yörüngeler içeren tatmin edici bir çarpışma elde edinceye kadar bu atışı birkaç kez deneme amaçlı tekrarlayın.
4. Emin olduktan sonra hava pedalı ve kıvılcım pedalına aynı anda basarak diskleri çarpıştırın.
5. **Kıvılcım jeneratörünü kapatın. Deneyin bu aşaması bittiğinden pedallara kesinlikle basmayın.**

Durum II: Her İki Diskin de Hareketli Olduğu Çarpışma

1. Çalışma kağıdının diğer yüzünü çevirin.
2. İki metal disk hava masasının alt kenarına yakın iki farklı köşeye yerleştirin.
3. Diskleri, masanın ortasında birbirlerinin yörüngelerini kesecek biçimde çapraz olarak aynı anda itin.
4. Çarpışmanın simetrik ve analiz edilebilir olması için birkaç deneme yapın; ardından hava ve kıvılcım pedallarına aynı anda basarak kaydı alın.
5. **Kıvılcım jeneratörünü kapatın. Deneyin bu aşaması bittiğinden pedallara kesinlikle basmayın.**

Ölçüm Adımları

1. Çalışma kağıdını masadan dikkatlice alın.
2. Her iki metal diskin izlediği yörüngeler üzerinde oluşan noktaları başlangıçtan itibaren $0, 1, 2, 3, \dots$ şeklinde sırayla numaralandırın. Yörüngeleri "**Çarpışma Öncesi**" ve "**Çarpışma Sonrası**" olarak etiketleyin.
3. Her bir yörünge üzerinde (ivmelenmenin olmadığı doğrusal bölgelerde) ardışık aralıkların uzunluklarını (Δx) cetvel yardımıyla hassas bir şekilde ölçün.
4. Kıvılcım jeneratörünün periyodunu ($T = 1/f$) kullanarak disklerin çarpışma öncesi ve sonrası hız büyüklüklerini $v = \frac{\Delta x}{T}$ bağıntısıyla hesaplayın.
5. Açıölçer yardımıyla çarpışma öncesi (α_1, α_2) ve sonrası (θ_1, θ_2) açıları belirleyin.
6. Elde ettiğiniz tüm kütle, hız ve açı değerlerini aşağıda verilen **Tablo 1** (Durum I) ve **Tablo 2** (Durum II) ilgili alanlarına işleyerek momentum ve enerji korunumlarını test edin.

Sonuçlar ve Analiz

Tablo 8.1: Durum I (Esnek Olmayan) Veri ve Hesaplama Tablosu

Nicelikler	Eşitlikler	Değerleri	Toplamları
p_{1ix}	$m_1 v_{1i}$		$P_{ix} =$
p_{2ix}	0		
p_{1iy}	0		$P_{iy} =$
p_{2iy}	0		
Ortak Momentum x Bileşeni			$P_{sx} = 2mv_s$
Ortak Momentum y Bileşeni			$P_{sy} = 0$
K_{1i}	$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2$		$K_i =$
K_{2i}	0		
Ortak Son Kinetik Enerji			$K_s = mv_s^2$

Tablo 8.2: Durum II (Esnek Olmayan) Veri ve Hesaplama Tablosu

Nicelikler	Eşitlikler	Değerleri	Toplamları
p_{1ix}	$m_1 v_{1i} \cos \alpha_1$		$P_{ix} =$
p_{2ix}	$-m_2 v_{2i} \cos \alpha_2$		
p_{1iy}	$m_1 v_{1i} \sin \alpha_1$		$P_{iy} =$
p_{2iy}	$m_2 v_{2i} \sin \alpha_2$		
Ortak Momentum x Bileşeni			$P_{sx} = 2mv_s \cos \theta$
Ortak Momentum y Bileşeni			$P_{sy} = 2mv_s \sin \theta$
K_{1i}	$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2$		$K_i =$
K_{2i}	$\frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2$		
Ortak Son Kinetik Enerji			$K_s = mv_s^2$

Genel Sonuçlar ve Hata Analizi

Nicelikler	Değerleri	% Fark
P_{ix}		
P_{sx}		
P_{iy}		
P_{sy}		
K_i		(Kinetik Enerji Kaybı)
K_s		

DENEY IX

Basit Harmonik Hareket

Amaç

Kararlı denge noktaları etrafında titreşim (salınım) yapan sistemlerin kinematiğinin ve mekanik enerjinin korunumunun deneysel olarak incelenmesi.

Deney malzemeleri

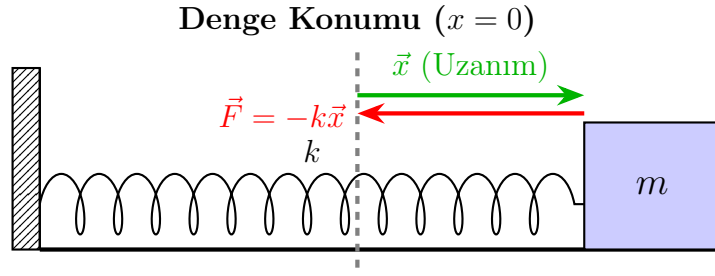
- Hava masası
- Özdeş yaylar
- Metal disk
- Cetvel
- Deney kağıdı

Teorik Bilgi

1. Harmonik Salıncı:

Önceki deneylerimizde öteleme ve dönme dinamiğini incelemiştik. Bu deneyde ise fiziksel sistemlerin kararlı denge noktaları etrafında yaptığı titreşim hareketlerini, özel olarak da **Basit Harmonik Hareketi (BHH)** inceleyeceğiz.

Evrendeki tüm fiziksel sistemler, doğaları gereği potansiyel enerjilerini en düşük seviyede tutma eğilimindedir. Fizikğin en temel yasalarından biri olan **Minimum Enerji İlkesi**'ne göre, bir sistemin potansiyel enerjisinin yerel bir minimuma ulaştığı duruma **kararlı denge** konumu adı verilir. Bir sistem bu kararlı denge konumundan hafifçe uzaklaştırılıp serbest bırakıldığında, daima minimum enerji durumuna (denge konumuna) geri dönmek ister. Bu geri dönüşü sağlayan **geri çağırıcı kuvvet**, denge noktasından olan uzanım miktarı ile doğru orantılı ise sistemin yapacağı bu periyodik harekete Basit Harmonik Hareket denir.



Şekil 9.1: Yaya bağlı kütle sistemi. Geri çağırıcı kuvvet ($\vec{F}$), daima uzanım ($\vec{x}$) zıt yönde ve denge konumuna doğrudur.

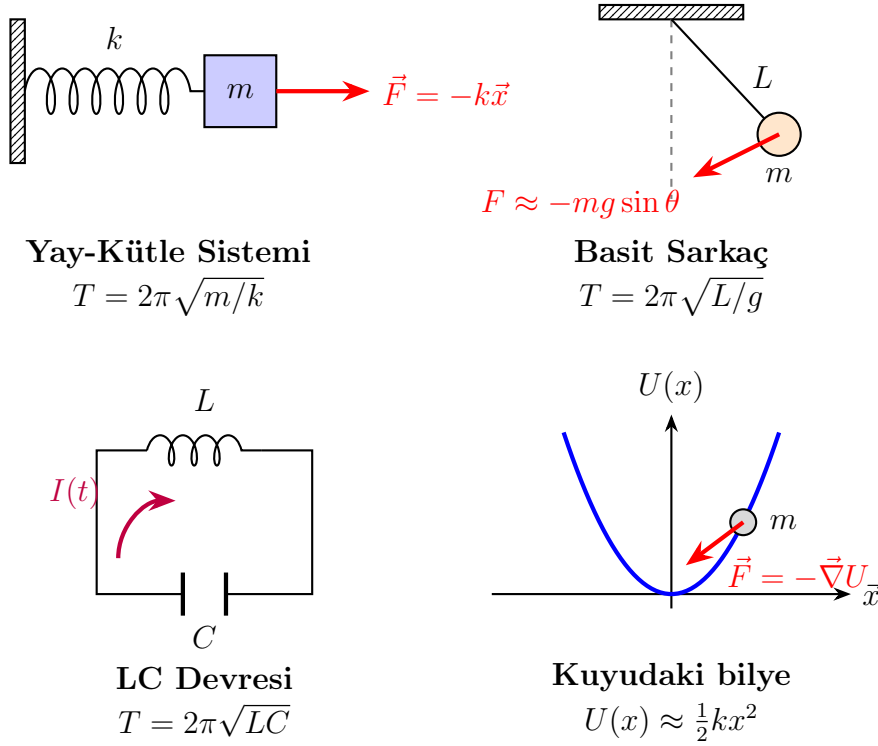
Basit harmonik salınıcı için en bilindik örneklerden biri ise bir yaya bağlı kütle sistemidir. Bu sistemdeki geri çağırıcı kuvveti yay oluşturur ve yay kaynaklı kuvvet Hooke Yasası ile verilir:

$$\vec{F} = -k\vec{x} \quad (9.1)$$

Burada k yay sabiti (N/m), $\vec{x}$ ise denge konumundan olan vektörel uzanımdır. Eksi ($-$) işareti, kuvvetin her zaman yer değiştirmeye zıt yönde, yani denge konumuna (minimum enerjije) doğru olduğunu belirtir.

Harmonik Salıncı Modeli:

Harmonik salıncı modeli, sadece makroskopik yaylara bağlı kütleleri değil; katı hal fizikinde atomların kristal örgü içindeki titreşimlerini, iki atomlu moleküllerin kuantum mekaniksel bağlarını, LC devrelerini ve hatta kozmolojide erken evrenin genişlemesini açıklayan teorilerde dahi kullanılan en temel fiziksel çerçevedir. Aşağıdaki şekilde doğadaki farklı harmonik salıncı türleri ve bunların periyot (T) ilişkileri görülmektedir:



Şekil 9.2: Bazı harmonik salıncı sistemleri

Tarihsel Not: Salınım Dinamiğinin Gelişimi

Periyodik hareketlerin matematiksel kavranışı Galileo'nun kilise avizelerini izleyerek yaptığı sarkaç gözlemleri ile başlamış, sarkaçların dinamiğini daha sonra Christiaan Huygens sistemleştirmiştir.

Ancak geri çağırıcı kuvvet ile uzanım ($\vec{x}$) arasındaki doğru orantıyı matematiksel bir yasaya dönüştüren kişi 1678 yılında Robert Hooke olmuştur. Hooke, elastikiyet yasasını dönemin geleneğine uyararak Latince bir anagramla "*ut tensio, sic vis*" (uzanım ne kadarsa, kuvvet de o kadardır) şeklinde formülize etmiş ve günümüzde doğanın her alanında karşımıza çıkan basit harmonik hareket denklemlerinin temelini atmıştır.

Deney Düzenegi

Bu deneyde, hava masası üzerinde sürtünmesiz ortamda bulunan m kütleli bir disk, masanın karşılıklı iki kenarından gerdirilmiş k_1 ve k_2 yay sabitlerine sahip iki yaya bağlanacaktır. Disk denge konumundan $\vec{x}$ kadar uzaklaştırıldığında, bir yay uzanım miktarı kadar sıkışırken diğeri aynı miktarda gerilir. Sisteme etki eden net kuvvet vektörel olarak şu şekilde toplanır:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -k_1 \vec{x} - k_2 \vec{x} = -(k_1 + k_2) \vec{x} = -k_{\text{eş}} \vec{x} \quad (9.2)$$

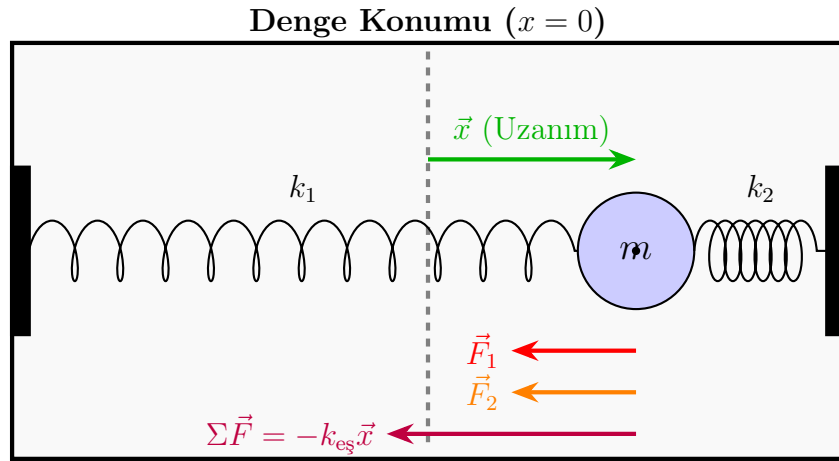
Burada eşdeğer yay sabiti $k_{\text{eş}} = k_1 + k_2$ şeklindedir. İki yay özdeş ise ($k_1 = k_2 = k$), sistem tek bir yaya göre iki kat daha sert davranır ve $k_{\text{eş}} = 2k$ olur.

Newton'un ikinci yasası ($\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$) uygulandığında hareketin diferansiyel denklemi elde edilir:

$$-k_{\text{eş}} \vec{x} = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \left(\frac{k_{\text{eş}}}{m} \right) \vec{x} = 0 \quad (9.3)$$

Bu denklemin çözümü, genliği A olan periyodik bir dalga fonksiyonudur ($x(t) = A \cos(\omega t)$). Sistemin açısal frekansı (ω) ve periyodu (T) kütle ve eşdeğer yay sabitine bağlı olarak şu şekilde ifade edilir:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{\text{eş}}}{m}} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{\text{eş}}}} \quad (9.4)$$



Şekil 9.3: Çift yaylı sistemde diske etki eden geri çağırıcı kuvvet vektörleri

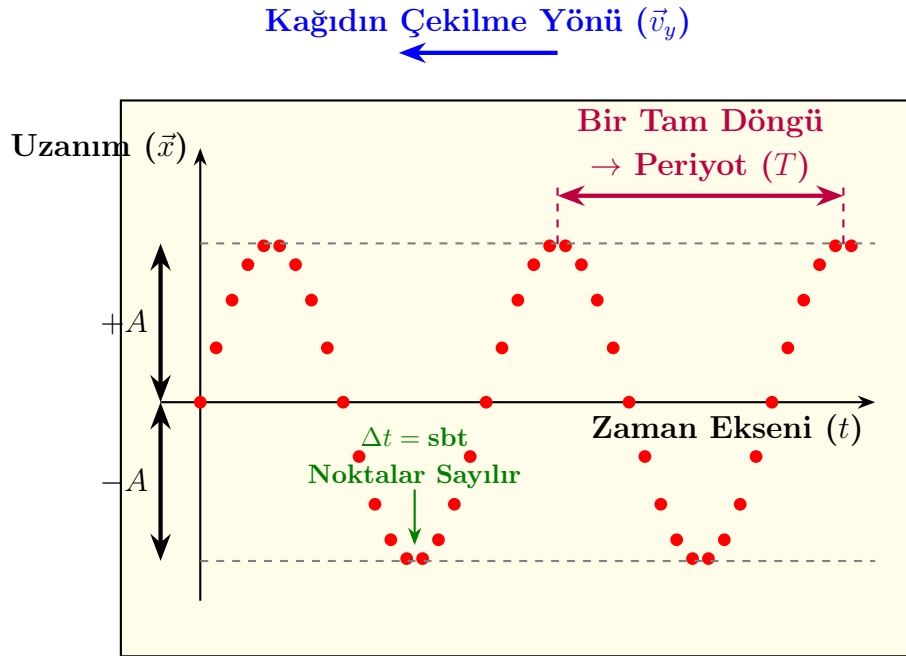
Sürtünmesiz sistemde mekanik enerji sabittir. Sistem denge noktasından A (maksimum genlik) kadar uzaklaştırıldığında tüm enerji esneklik potansiyel enerjisidir. Herhangi bir andaki hız büyüklüğü v ve konum büyüklüğü x iken toplam enerji şu şekilde olacaktır:

$$E_{\text{toplam}} = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k_{\text{eş}}x^2 = \frac{1}{2}k_{\text{eş}}A^2 = \text{Sabit} \quad (9.5)$$

İzlerin Analizi ve Kağıt Çekme Yöntemi

Laboratuvar ortamında bir harmonik salıncımın hareketini analiz etmek için zamana bağlı konum verilerine ihtiyaç duyarız. Zaman eksenini fiziksel bir uzunluk boyutuna taşımak ve dalga formunu görünür kılmak için deney kağıdı, salınma dik yönde (genellikle el ile) çekilir.

Pratik laboratuvar koşullarında, deney kağıdının elle tamamen sabit bir $\vec{v}_y$ hızıyla çekmesi imkânsızdır. **Ancak bu durum deneyin hassasiyetini veya geçerliliğini bozmaz.** Bu, birbirine dik eksenlerdeki hareketlerin tamamen bağımsız olmasının bir sonucudur. Kağıdın çekilme hızı anlık olarak değişse ve oluşan dalga izi yatayda esneyip sıkışsa bile, kıvılcım jeneratörünün ürettiği ardışık her iki nokta arasındaki **zaman aralığı** ($\Delta t = 1/f$) **daima sabittir.**



Şekil 9.4: Sabit hızla çekilen deney kağıdı üzerinde oluşan kıvılcım izleri

Bu sayede, şeklin görsel kusursuzluğuna bakılmaksızın, bir tam salınım periyodundaki nokta sayısı (N) sayılarak periyot çok yüksek bir doğrulukla hesaplanabilir ($T = N \cdot \Delta t$). Herhangi bir andaki diskin fiziksel hızı (v_x) ise, o eksenindeki gerçek yer değiştirmenin (Δx), aradan geçen zamana (Δt) bölünmesiyle bulunur:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_s - x_i}{\Delta t} \quad (9.6)$$

Deneyin Yapılışı

1. Hava masasını yatay düzlemde hassas bir şekilde hizalayın.
2. m kütleli metal disk masanın ortasına yerleştirin. İki özdeş yayı masanın sağ ve sol kenarlarına tutturup, diğer uçlarını merkezdeki diske bağlayın.
3. Her iki yayın da denge noktasında gergin olduğundan emin olun (Yaylar sarkmamalıdır). Diskin dengede durduğu noktayı $x = 0$ kabul edin.
4. Deney kağıdını hava masası üzerine yerleştirin ancak **kağıdın alt uç kısmını hava masasından dışarı sarkacak şekilde** bırakın.
5. Kıvılcım jeneratörü frekansını $f = 10\text{Hz}$ olarak ayarlayın ($\Delta t = 0,1$ saniye).
6. Disk yaylar doğrultusunda (yatayda) bir A genliği kadar çekip sabit tutun.
7. Hava pedalı ve kıvılcım pedalına basarak disk serbest bırakın. **Aynı anda**, masadan sarkan deney kağıdını salınım yönüne **dik** doğrultuda (kendinize doğru) **mümkün olduğunca düzgün bir hareketle** çekmeye başlayın.
8. Disk birkaç tam salınım yaptıktan sonra pedallardan ayağınızı çekin.
9. Deney kağıdındaki dalga eğrisi üzerindeki izleri sıfırdan başlayarak numaralandırın. Denge çizgisi üzerinden geçen bir referans eksenini ($x = 0$) çizin.

Sonuçlar ve Analiz

Tablo 9.1: Eşdeğer Yay Sabiti ($k_{eş}$) Hesaplaması

Not: Dinamometre bulunmadığından yay sabitlerini eğik düzlem yöntemiyle belirleyiniz. Hava masasını bilinen bir θ açısıyla eğimli hale getirip diski tek bir yaya bağlayın. Sistem dengedeyken yayın uzama miktarını (Δx) cetvelle ölçün. Hooke Yasası'na göre denge durumunda $mg \sin \theta = k\Delta x$ eşitliği geçerlidir. Bu bağıntıdan k_1 ve k_2 yay sabitlerini hesaplayınız.

Kullanılan Metal Disk Kütlesi (m)	 g
Eğik Düzlem Açısı (θ)	°
Birinci Yayın Uzaması (Δx_1) ve Sabiti (k_1)	cm $\rightarrow$dyn/cm
İkinci Yayın Uzaması (Δx_2) ve Sabiti (k_2)	cm $\rightarrow$dyn/cm
Eşdeğer Yay Sabiti ($k_{eş} = k_1 + k_2$)	 dyn/cm

Tablo 9.2: Teorik ve Deneysel Periyot Karşılaştırması

Deneysel periyodu ($T_{deneysel}$) bulmak için, kağıt üzerindeki bir tam dalganın (tepeden tepeye) kaç nokta sürdüğünü sayın ve $\Delta t = 0,1s$ ile çarpın.

Teorik Periyot ($T_{teorik} = 2\pi\sqrt{m/k_{eş}}$)	 s
Bir Tam Salınımdaki Nokta Sayısı (N)	 adet
Deneysel Periyot ($T_{deneysel} = N \cdot \Delta t$)	 s
Periyot İçin Yüzdelik Hata (%)	%

Tablo 9.3: Konum, Hız ve İvme Analizi

Uzanımın (x) sıfır olduğu ve maksimum olduğu noktaları seçerek anlık hız ve ivme değerlerini ($v = \Delta x / \Delta t$) ve ($a = \Delta v / \Delta t$) formülleriyle hesaplayınız.

Nokta	Zaman t (s)	Uzanım x (cm)	Hız v_x (cm/s)	İvme a_x (cm/s ²)
1				
2				
3				
4				
5				

Tablo 9.4: Mekanik Enerjinin Korunumu

Tablo 9.3'te analiz ettiğiniz aynı noktalar için sistemin Kinetik (K) ve Potansiyel (U) enerjisini hesaplayın. Toplam enerjinin ($E = K + U$) zamanla sabit kalıp kalmadığını kontrol edin.

Nokta	Kinetik Enerji (K)	Potansiyel Enerji (U)	Toplam Enerji ($E = K + U$)
1			
2			
3			
4			
5			

BÖLÜM 4

EKLER ve KAYNAKÇA

Grafik Çizimi hakkında

Yapılan bir deneyde iki niceliğin birbirine olan etkisini gözlemlemek için genelde niceliklerden biri kontrollü olarak değiştirilir ve diğerine olan etkisi gözlenir. Ölçümler sonucunda genelde bir tablo oluşturulur ve nicelikler arasında bir bağıntı olup olmadığı anlaşılmaya çalışılır. Ancak tablodaki sayılar arasında bir bağıntı yakalamak her zaman açıkça mümkün olmayabilir. Bu nedenle tablodaki veriler genelde görselleştirilir ve bir bağıntı görmek daha mümkün hale gelir. Grafik çizimi kavramı oluşturulan tablolardaki verilerin görsel hale getirilmesi olarak tanımlanır.

Sayısal verilerin çizgilerle ifade edilmesi yöntemine grafik denir. Grafikler, sayısal verileri görselleştirerek bunlar arasında karşılaştırmalar yapılabilmesine imkân tanır. Böylece sayısal verilerin anlaşılması ve yorumlanması mümkün olur. Tablo çizelgelerin grafiklere dönüştürülmesi suretiyle verilerdeki artış ve azalışların tespit edilmesi ve değerlendirmeye tâbi tutulması yani soyut sayılardan oluşan tablolardan veriler arasında bir bağıntı elde edilmesi zorken, grafik üzerinde bir bağıntı bulmak daha olasıdır.

Bağımlı ve Bağımsız Değişkenler:

Sabit bir hızla ilerleyen bir aracın konumu, 1 saniyelik aralıklarla ölçülerek aşağıdaki tabloya kaydedilmiştir.

t [s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x [cm]	0,0	4,5	9,1	13,6	18,2	22,7	27,3	31,8	36,3	40,9	45,5	50,0

Bunu bir deney olarak kabul edersek, deneyde belirli zamanlardaki konumlar ölçüldüğünden,

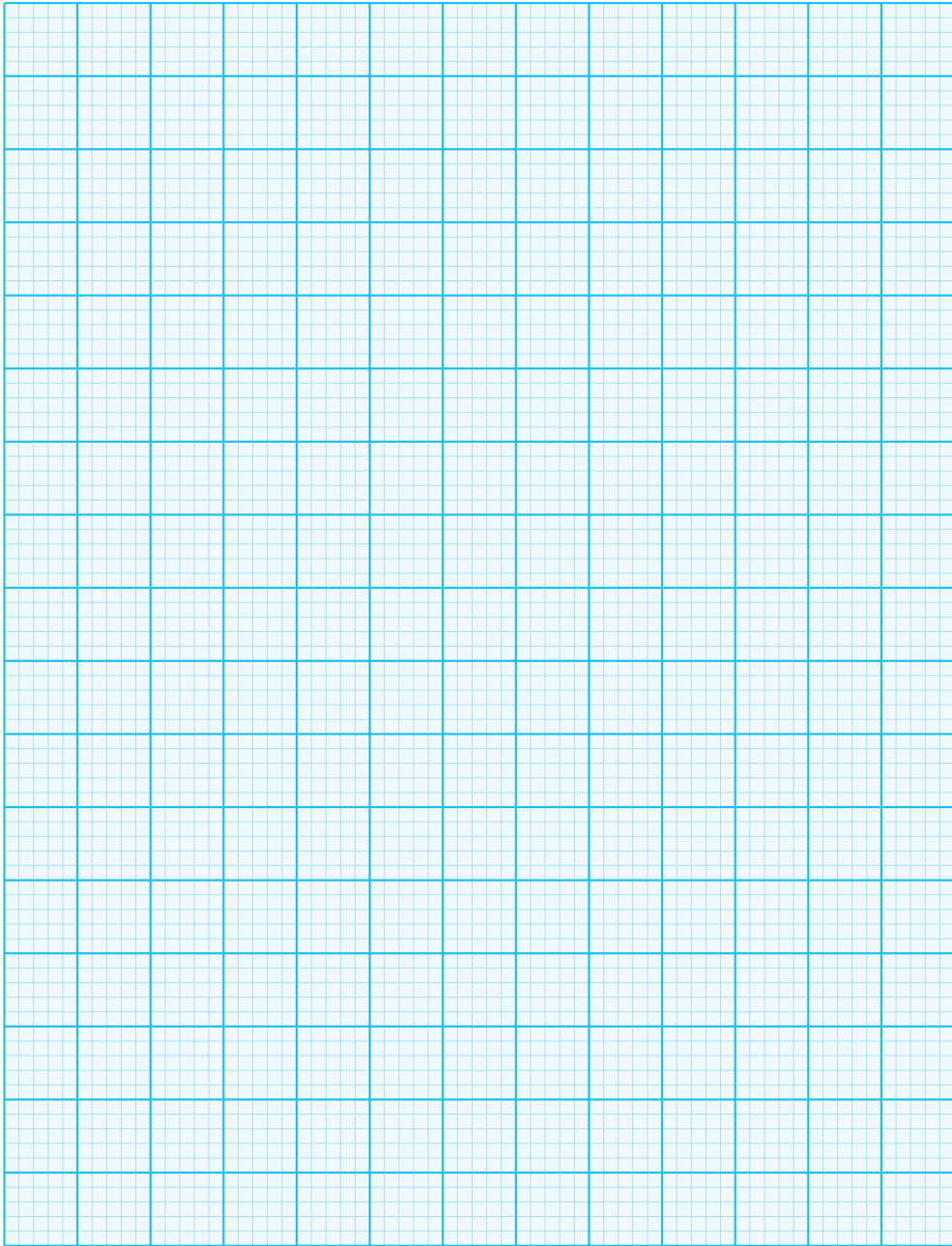
- t değerleri bağımsız değişkenler
- x değerleri ise bağımlı değişkenlerdir.

Adım 1: Grafik eksenlerinin belirlenmesi

Aksi belirtilmediği sürece grafiklerdeki yatay eksen bağımsız değişkenlere düşey eksen ise bağımlı değişkenlere aittir.

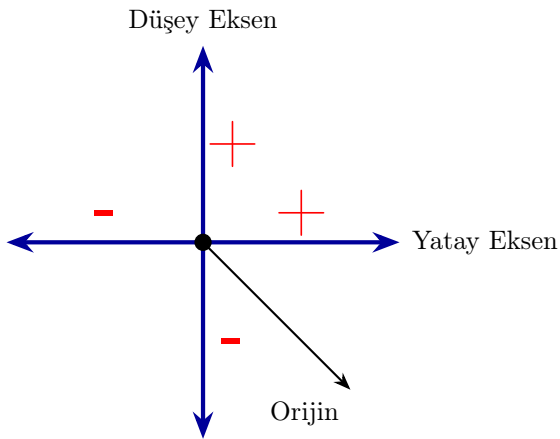
Milimetrik Kağıt

Üzerinde milimetre mertebesinde ölçeklendirilmiş karelerin bulunduğu bir kağıttır. Deneylerde çizilecek olan grafikler için milimetrik kağıt kullanımı zorunludur.

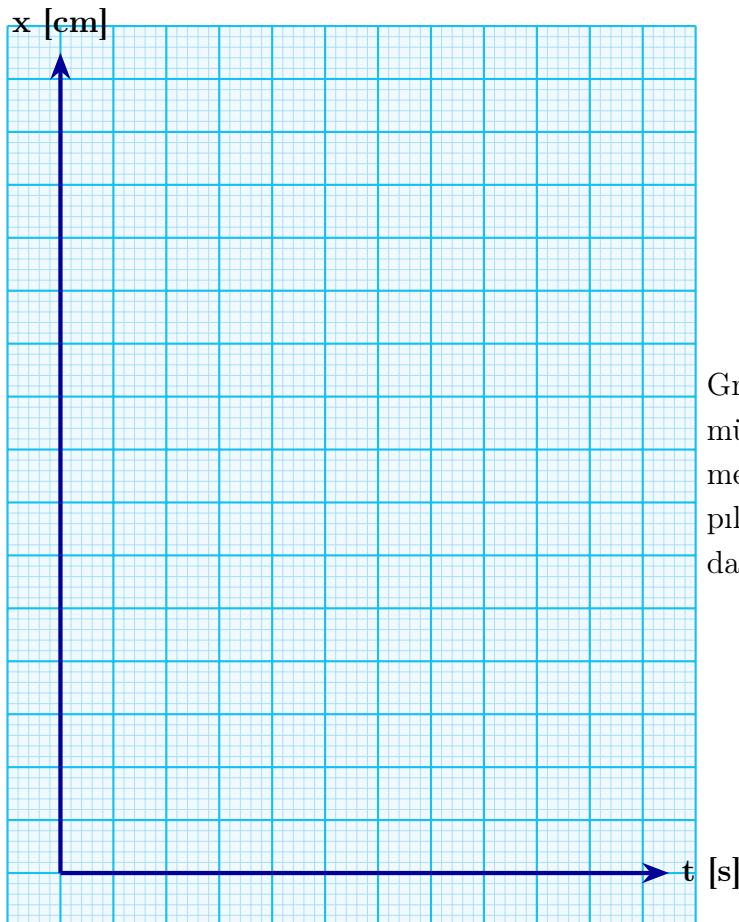


Adım 2: Eksenlerin çizilmesi ve isimlendirilmesi

Eksenler Çizilirken:



- Her iki eksendeki değerler de pozitif ise, orijin sol altta
- Düsey eksendeki değerler pozitif, yatay eksendeki değerler negatif ise orijin sağ altta
- Her iki eksendeki değerler de negatif ise orijin sağ üstte
- Düsey eksendeki değerler negatif, yatay eksendeki değerler pozitif ise orijin sol üstte yer almalıdır.



Grafiklerin, grafik kâğıdı üzerinde mümkün olan en geniş alana çizilmesi beklenmektedir. Böylece yapılacak olan hesapların duyarlılığı daha yüksek olacaktır.

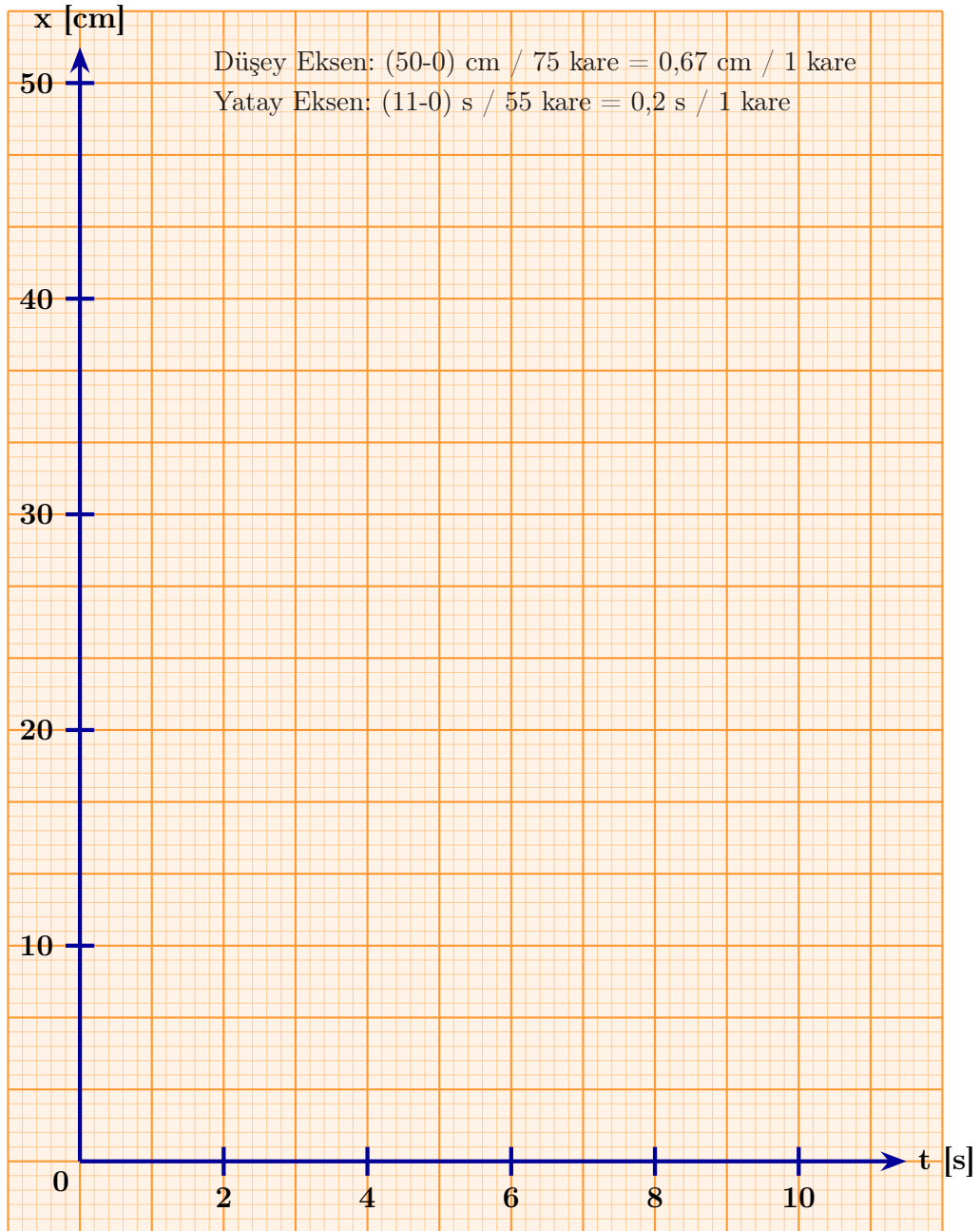
Adım 3: Ölçeklendirme



- Eksenlerdeki en büyük değerler orijinden mümkün olan en uzak noktaya yerleştirilir ve bu bölge işaretlenir.
- Her iki eksen de işaretlenmiş olan bölgeye kadar olan küçük kareler sayılır.
- En büyük değerler kendi eksenlerine ait olan kare sayısına bölünür ve her bir karenin ölçüğü belirlenir ve grafiğin bir bölümüne yazılır.

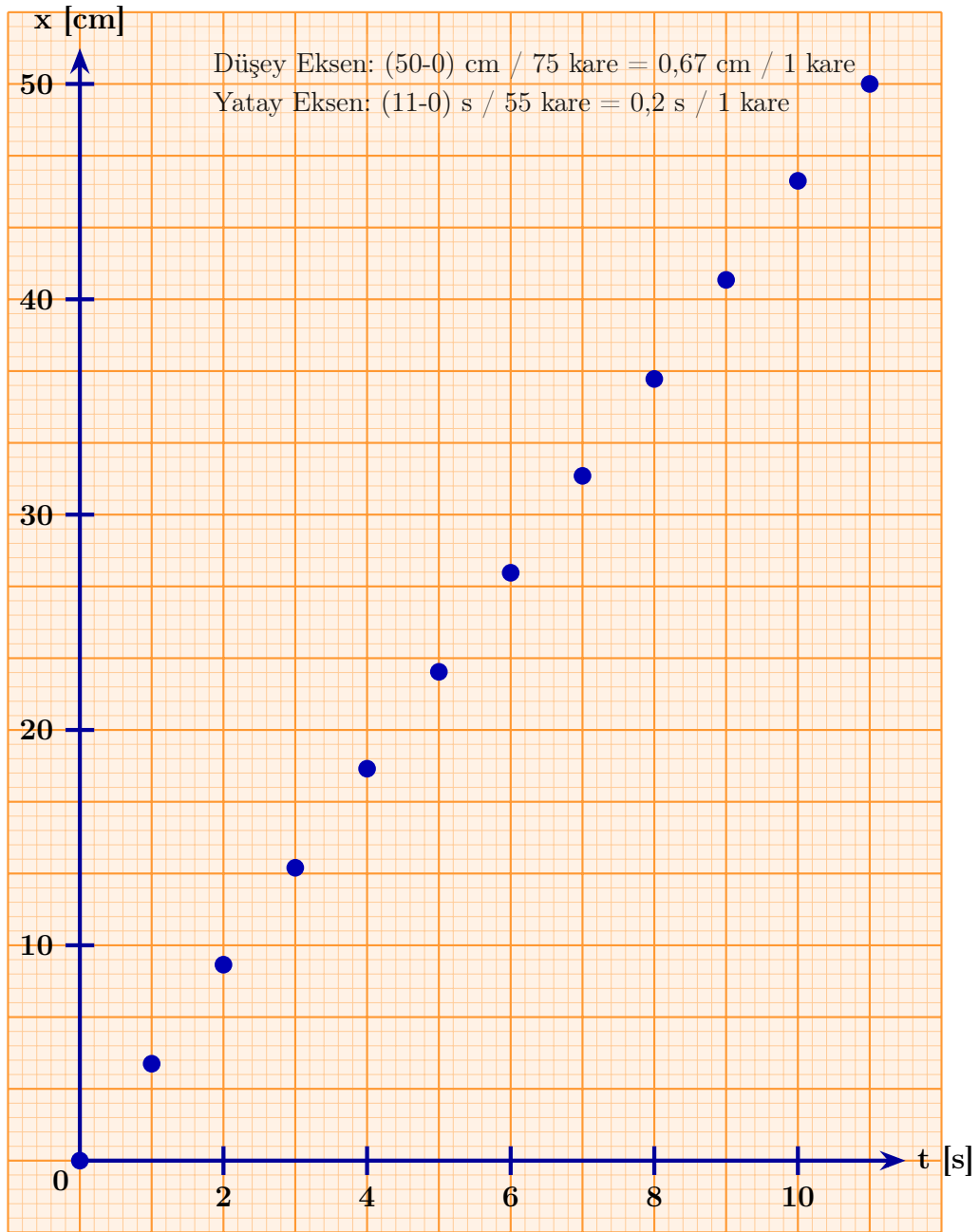
Dikkat: Bu hesaplamaların tamamı grafik üzerinde açıkça gösterilmelidir!

Adım 4: Eksenlerin referans değerlerinin eklenmesi



- Ölçeklendirme için grafiğe eklenmiş olan en yüksek değerlere ait noktalar silinir.
- Eksenlere ait verilerin en küçük ve en büyük değerleri arasında kalan belirli sayıda, eşit aralıklara sahip **tamsayı** referans değerleri belirlenir (referans değerlerinin kaç tane olacağı çizilecek grafiğe ve deney yapan kişiye göre değişiklik gösterebilir).
- Ölçeklendirme dikkate alınarak eksenler üzerinde bu referans değerlerin yerleri belirlenir ve grafikte işaretlenir.

Adım 5: Verilerin işaretlenmesi

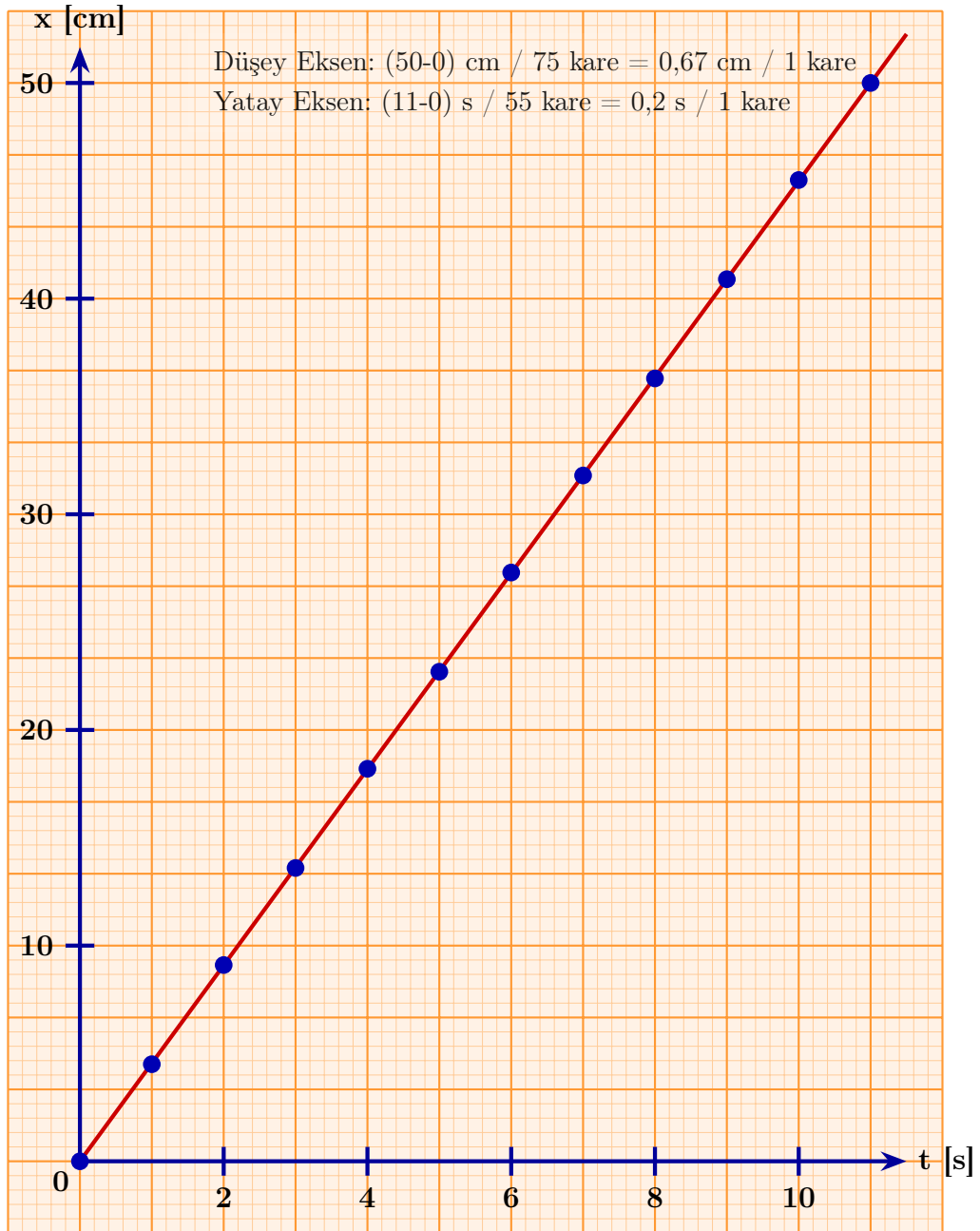


t [s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x [cm]	0,0	4,5	9,1	13,6	18,2	22,7	27,3	31,8	36,3	40,9	45,5	50,0

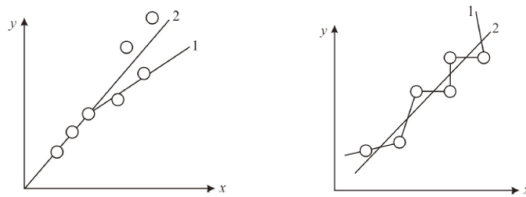
- Her bir ölçüme ait yatay eksendeki değere denk gelen düşey eksen değerinin kesiştiği bölge işaretlenir.

Örnek: $T = 3 \text{ s}$ için $\rightarrow 3\text{s}/0,2\text{s} = 15 \text{ kare}$, $X = 13,6 \text{ cm}$ için $\rightarrow 13,6 \text{ cm}/0,67 \text{ cm} = 20,3 \text{ kare}$

Adım 6: En uygun doğrunun çizilmesi



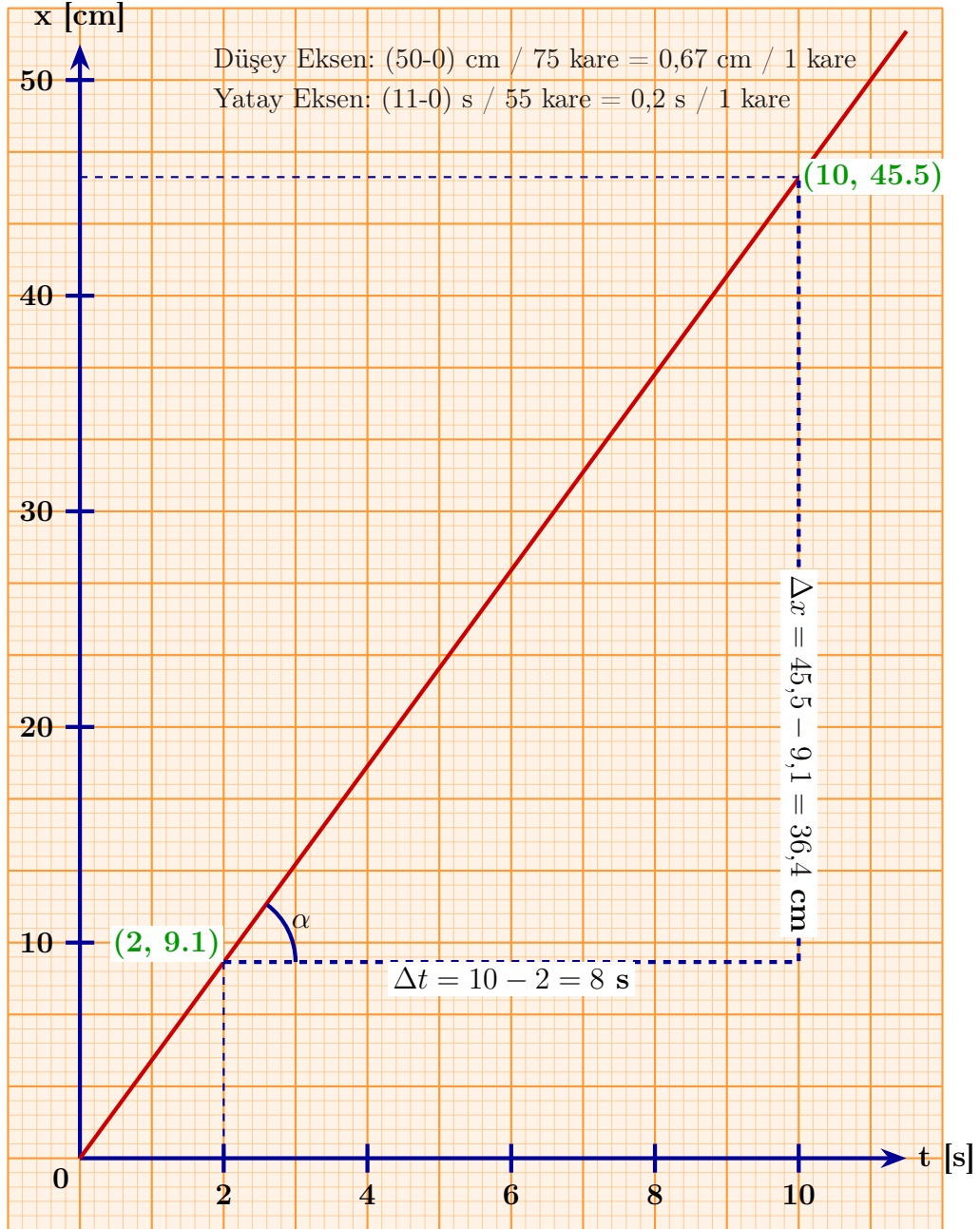
- İşaretlenmiş olan noktaların davranışına göre en uygun uzanıma sahip olan doğru belirlenir ve çizilir



1 numaralı çizim hatalı, 2 numaralı çizim ise doğrudur.

Hesaplamalar hakkında:

Eğim Alma

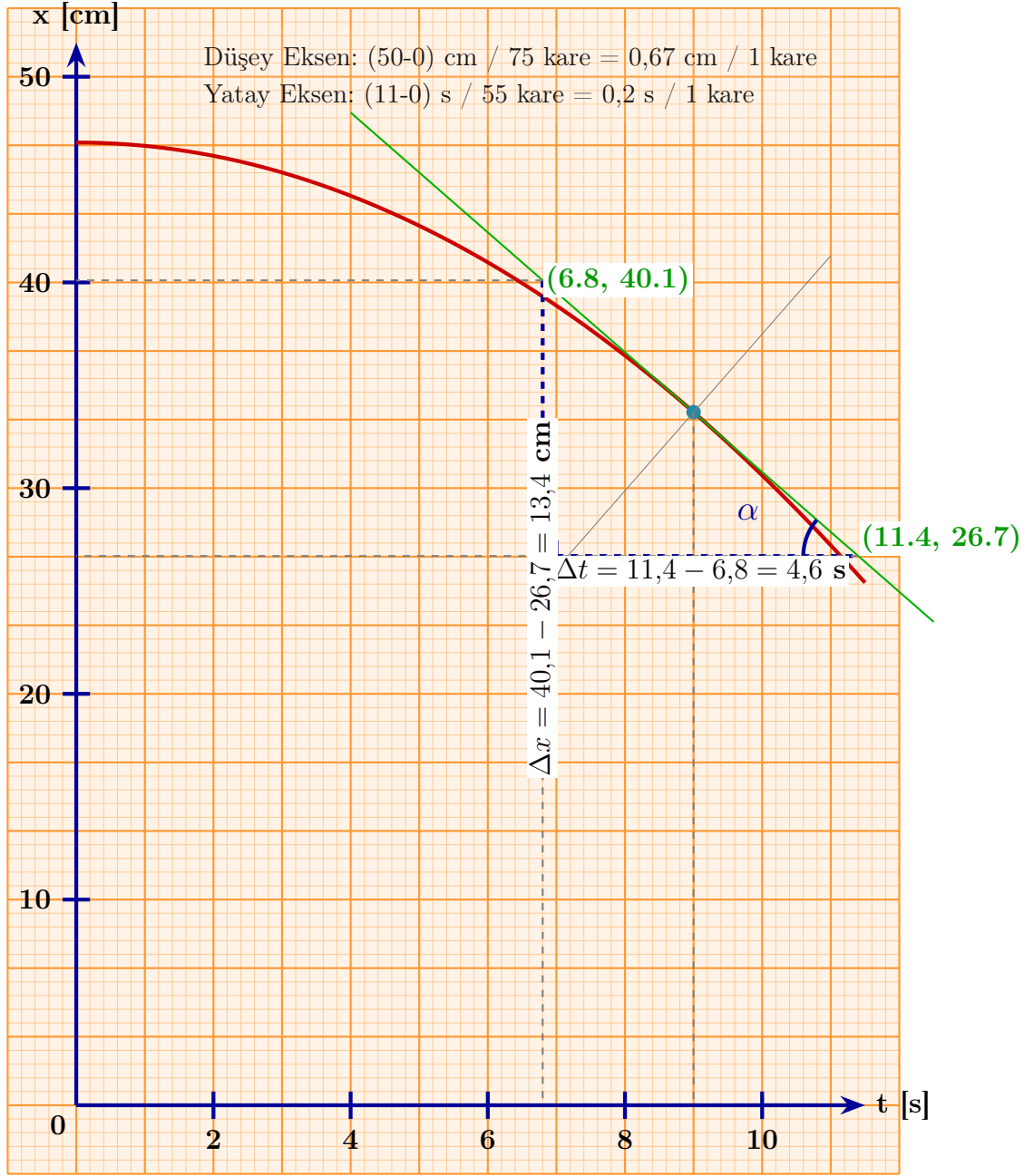


- Çizilmiş olan doğru üzerinde iki nokta işaretlenir.
- Bu noktaların eksenleri kestiği değerler belirlenir.
- Her eksen için koordinatların farkı alınır.
- Düşey eksendeki fark, yatay eksendeki farka bölünerek eğim belirlenir.

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{36,4 \text{ cm}}{8 \text{ s}} = 4,55 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 4,55 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

Türev alma



- Türev alınacak nokta belirlenir ve bu nokta üzerinden geçen ve grafik eğrisine teğet olan bir doğru çizilir.
- Teğet doğrusu üzerinde iki nokta seçilir ve eğim hesaplanır. Hesaplanan eğim o noktadaki türevi verir.

Dikkat!: Teğet doğrusu eğrinin o noktadaki normaline dik olan doğrudur.

$$v(9) = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=9} = \tan(180 - \alpha) = -\tan(\alpha)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{13,4 \text{ cm}}{4,6 \text{ s}} = 2,91 \text{ cm/s} = 2,91 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$v(9) = -2,91 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

KAYNAKÇA

1. Atwood, G. (1784). *A treatise on the rectilinear motion and rotation of bodies, with a description of original experiments relative to the subject*. J. Archdeacon.
2. Canbay, A. C. (2022). *F-1005 Mekanik laboratuvarı sunumları* [Ders notu]. Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü. (Not: Kılavuzdaki "Grafik Çizimi" bölümünün tamamı Dr. Öğr. Üyesi Ali Can Canbay'ın bu çalışmasından derlenmiştir.)
3. Dugas, R. (1955). *A history of mechanics*. Central Book Company.
4. Kittel, C., Knight, W. D. & Ruderman, M. A. (1976). *Berkeley fizik programı, cilt 1: Mekanik*.
5. Mach, E. (1893). *The science of mechanics: A critical and historical account of its development*. Open Court Publishing Company.
6. Rentech. (2025-a). *Hava masası kullanım kılavuzu* [Kullanım kılavuzu].
7. Rentech. (2025-b). *Ölçme ve hatalar* [Kullanım kılavuzu].
8. Serway, R. A. & Beichner, R. J. (2010). *Fen ve mühendislik için fizik 1*. Palme Yayıncılık.
9. Şahin, Ö., Kılıç, A., Kalkan, Y., Hacıismailoğlu, M. C., Engin, H., Akkaya, G., Kahraman, A., Akar, Ü., Kucur, B., Şarlar, K. & Fırat, Y. E. (2012). *Mühendislik fakültesi temel fizik 1 laboratuvarı deney kitapçığı* [Laboratuvar kılavuzu]. Uludağ Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü.
10. Tarımcı, Ç., Yıldız, Ç. & Kaşkaş, A. (1997). *Bilgisayar destekli mekanik deneyleri* (No. 45). Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Döner Sermaye İşletmesi Yayınları.
11. Teğmen, A. (2022). *Mekanik 105 ders notları* [Ders notu]. Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü.
12. Uyanık, A. (2024). *Genel kimya ders notları* [Ders notu]. Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Fakültesi Kimya Bölümü.
13. Ün, C. S. (2024). *Basic physics 1 ders notları* [Ders notu]. Bursa Uludağ Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü.